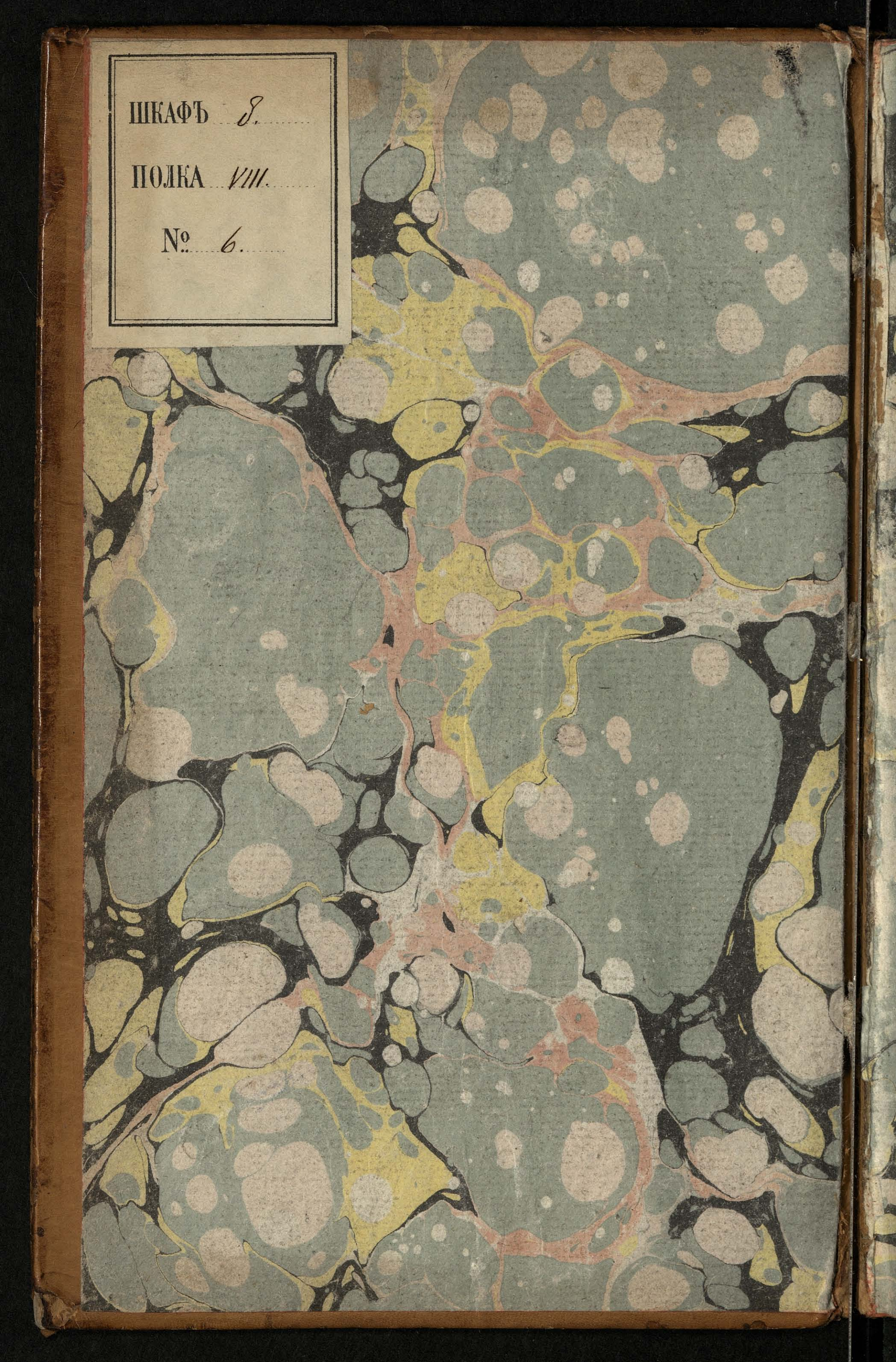
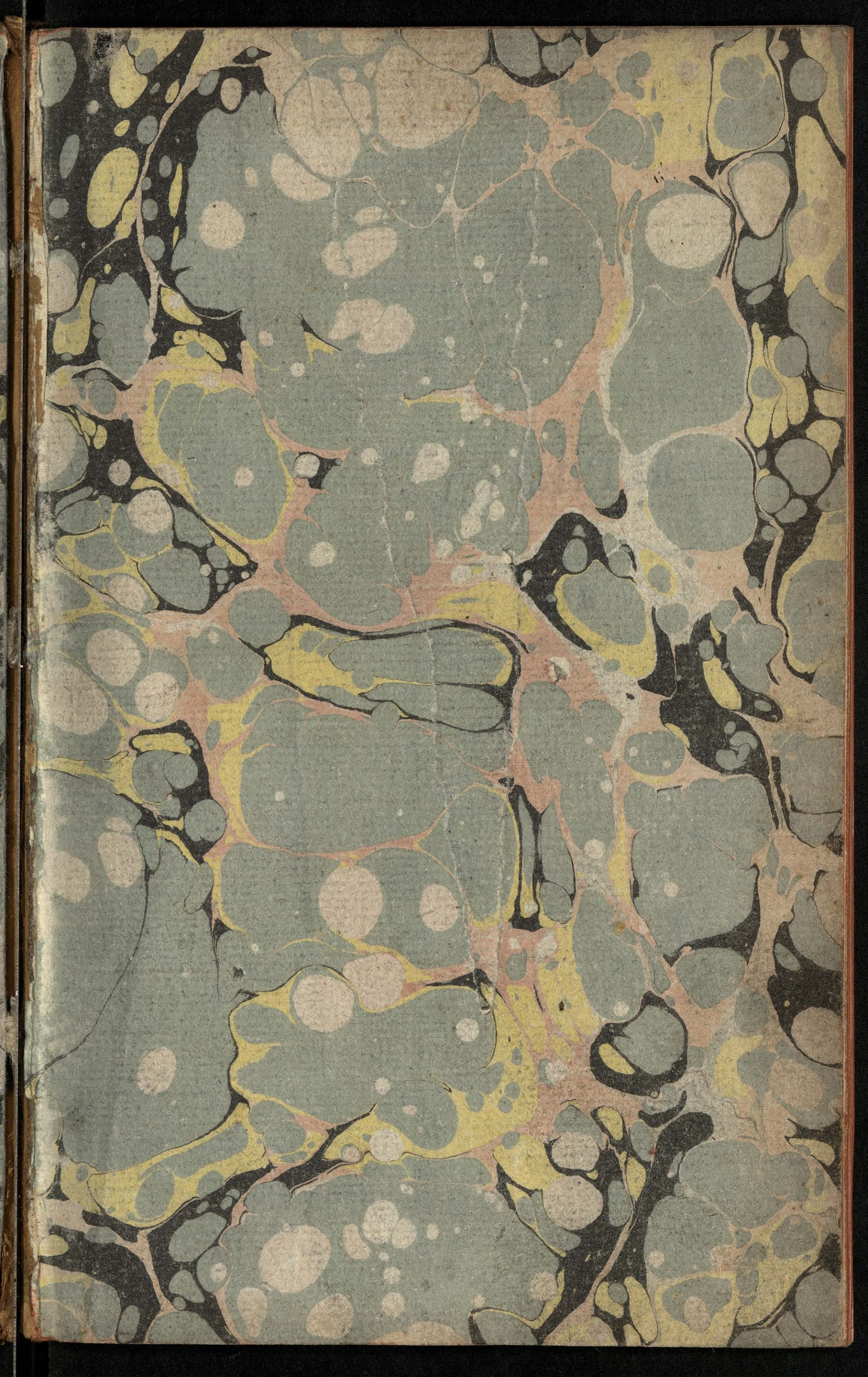






3-й экз.

ЮГ. ФРИДЕРИКА ВЕЙДЛЕРА ГЕОМЕТРІЯ ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРАКТИЧЕСКАЯ,

ПЕРЕВЕДЕННАЯ

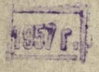
СЪ

ЛАТИНСКАГО ЯЗЫКА

МАГИСТРОМЪ

Что нынѣ Профессоромъ Экстраординарнымъ и обѣихъ Гимназій Инспекторомъ

Дмитріемъ Аничковымъ.







Печатана въ Университетской типографіи 1776 году, иждивеніемъ книгопродавца *ХРИСТІАНА РИДИГЕРА.*



ГЕОМЕТРІЯ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ ЕВТИМЕТРІЯ,

или

о измѣреніи линѣй.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. 1.

Геометрія есть наука о величинѣ, или пространствѣ, вѣ длину, ширину и толщину протяженномѣ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ II.

§. 2. Протяженія, или количества не прерывнаго суть три рода: 1. *линѣя* (linea), или одна длина и простое протяженіе вѣ длину, ширины не имѣющее. 2. *Поверхность* (superficies), или такое протяженіе вѣ длину и ширину, которое отѣ движенія линѣй происходитѣ и линѣями, такѣ какѣ предѣлами, ограничивается. 3. *Тѣло* (corpus), или *толстота*

 (solidum),

(solidum), то есть, протяженіе вЪ длину, ширину и толщину; или такое пространство, которое движеніемЪ нѢкоторой поверьхности опредѢляется и ограничивается со всѢхЪ сторонЪ поверьхностьми.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ III.

§. 3. Сіи три вида протяженія, то есть, длина, ширина и толщина, называются *тремя измѢреніями* (tres dimensiones) величины.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 4 Чего для линѣя одно измѣреніе, поверьхность два, а толстота три измѣренія имѣетЪ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IV.

§ 5. Три вида протяженія доказываютЪ, что суть три части Геометріи. Первая часть *Евтиметрія* (Euthymetria), разсуждаетЪ о линѢяхЪ; кЪ ней же принадлежитЪ и *Тригонометрія* (Trigonometria), или такая наука, которая показываетЪ рѢшеніе разныхЪ задачЪ, вЪ разсужденіи треугольниковЪ; вторая часть *Епипедометрія* (Epipedometria) учитЪ измѢренію поверьхностей; третья часть *Стереометрія* (Stereometria), показываетЪ измѢреніе всякой толстоты.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 6 И вЪ преподаваніи Геометріи Теорія сЪ толкованіемЪ Практики соединяется по самой справедливости, какЪ для того, чтобЪ употребленіе всякой истинны скорѣе показать, такЪ и для того, чтобЪ правила для рѣшенія задачь, изЪ истиннЪ прежде показанныхЪ, яснѣе видѣть можно было. Что вЪ сихЪ начальныхЪ основаніяхЪ и наблюдаемо будетЪ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ V.

§. 7. *Точка* (punctum) есть предѢлЪ линѢи.

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 8. Имя *точки* есть слово Техническое и употребляется только при означеніи концовъ линѣи, какъ то изъ третьяго опредѣленія Эвклид. сочин. видно, гдѣ концы линѣи называются *точками*; и первое описаніе, по которому называется точкою то, что никакихъ частей не имѣетъ, хотя и порочатъ многіе; однако изъ третьяго опредѣленія тогожъ Эвклида должно изъяснено быть.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VI.

§. 9. *Прямая линѣя* (linea recta) есть, которая ровно состоитъ между своими точками, или коей всѣ части къ той же послѣдней точкѣ прямо простираются. *Кривая линѣя* (linea curua) есть, коей части не ровно состоятъ между крайними точками. Происхожденіе линѣи, чрезъ движеніе не раздѣльной точки, которую въ умѣ представляемъ, обыкновенно изъясняется.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 10. Слѣдовательно прямая линѣя есть самое кратчайшее протяженіе между двумя точками.

ПОЛОЖЕНІЕ I.

§. 11. Понеже, для измѣренія большихъ линѣй, мѣрою должны приняты быть нѣкоторыя меньшія линѣи (§. 3. предув.); того ради потребно, чтобъ сіи мѣры обстоятельно опредѣлены были. И такъ въ Геометріи мѣрою линѣй должна принята быть *саженъ*, или *рута* (decempeda, siue Pertica), раздѣленная на 10 футовъ; для *футажъ* (pedem) 10 дюймовъ, а для *дюйма* (digitum, vel pollicem) 10 *линѣй*, или

грановъ (lineas, vel grana) опредѣлить должно. Знакъ сажени пусть будетъ (°), фута (′), дюйма (″), линѣи (‴). Изобрѣтеніе сихъ десятичныхъ мѣръ Таккетъ приписываетъ сим. Стевину въ *Аривм.* на стран. 233. Но Валлизій въ *предуп. Алгеб.* на стран. 2. за изобрѣтателя оныхъ почитаетъ Іог. Кенисгбергца.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 12. Чтобъ величина сей сажени извѣстна была, то во первыхъ надлежитъ опредѣлить долготу фута, которой, по обыкновенію употребляющихъ, весьма различенъ сталъ быть. Чего ради художники употребили свое стараніе о томъ, чтобъ имѣть извѣстную пропорцію футовъ вездѣ употребительныхъ, въ чемъ давно уже трудился Виллебрордъ Снеллій *Ератосвена Голландскаго* въ кн. 2. гл. 2. и 4 Онъ же на стран. 130. утверждаетъ, что Рейнландской, или Лейденской футъ равенъ древнему Римскому футу, и раздѣливъ Рейнландской футъ на 1000 частей, для прочихъ опредѣляетъ подобныя соотвѣтствующія части. Но какъ самъ Снеллій явнымъ образомъ признается въ томъ на стран. 141. что онъ не могъ получить обстоятельныхъ мѣръ многихъ иностранныхъ футовъ: то не можно и утверждаться на числахъ отъ него назначенныхъ. Чего ради не безполезно будетъ здѣсь предложить содержанія нѣкоторыхъ футовъ, отъ другихъ найденныя. Лондонской и Парижской футъ содержатся между собою, какъ 15: 16. Сравненіе Парижскаго и древняго Римскаго фута, Гассендъ въ кн. 5. о Піересѣ на стран. 131 изобразилъ чрезъ числа 1000 и 906. Гевелій въ предуп. о *описаніи луны* на стран. 12 пропорцію Гданскаго, Рейнландскаго и Парижскаго футовъ изображаетъ, какъ 914: 1000: 1055. Пикартъ

въ

въ *путеш. Уран.* на стран. 2. вмѣсто содержанія футовъ Парижскаго, Лейденскаго, или Рейнландскаго и Дацкаго, употребляетъ слѣдующія числа: 720: 696: 709. Онъ же *въ тракт. о мѣрахъ*, присовокупилъ пропорцію слѣдующихъ футовъ: Гданскаго 636, Бононскаго Итал. 843, Шведскаго $658\frac{1}{4}$, Брюссельскаго $609\frac{3}{4}$, Амстердамскаго 629, Римскаго Капитолинскаго 653, и Римскаго пальма $494\frac{1}{4}$ Іог. Ейсеншмидъ, *о вѣсахъ и мѣрахъ древнихъ Римлянъ, Грековъ и Жидовъ*, на стран. 93. и слѣд. Парижскаго, Рейнландскаго, Лондонскаго и Римскаго футовъ такія пропорціи имѣетъ, какъ 1440: 1391: 1350: 1320. Бейэръ въ *предуп. кабинет. Китай.* на стран. 134. Китайскаго и Парижскаго фута содержаніе подтверждаетъ быть слѣдующее: какъ 676: 639. Притомъ см. ле Комт. *о нынѣшнемъ состояніи Китая*, т. II. стран. 82. Сравненіежъ Римскаго фута съ другими употребительнѣйшими опредѣляетъ Рикціолъ, въ кн. 2. гл. 2. *исправл. Геогр.*

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 13. Такимъ образомъ знавъ содержаніе двухъ футовъ и оныхъ сумму, которую какая линѣя въ себѣ содержитъ, можно будетъ найти число футовъ другаго рода, содержащихся въ той же линѣѣ. Но для рѣшенія сей задачи, должно употреблять тройное правило возвратительное (§. 166. Ариѳм.). Ибо чѣмъ больше какого Фута долгота, тѣмъ меньшее число тѣхъ футовъ будетъ содержать какая линѣя. На пр. Дано 500 Лондонскихъ футовъ, требуется сыскать соотвѣтствующія имъ числа въ Парижскихъ футахъ. Понеже содержаніе Лондонскаго и Парижскаго фута есть, какъ 15: 16: то должно посылать обратнымъ образомъ $16 : 15 = 500 : 468\frac{3}{4}$

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 14. Въ Саксоніи Дрезденской и Лейпцигской футы сверьхъ прочихъ въ употребленіи, и 15 футовъ Лейпцигскихъ составляютъ Саксонскую сажень; нашъ

нашъ же футъ раздѣляется на 12. дюймовъ. Для употребленіяжъ практическаго какъ сія, такъ и другая всякая сажень обыкновенно раздѣляется на десять частей, и десятая часть оной на десять дюймовъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 15. Геодезистъ, желающій безъ ошибки вымѣрять линѣи на полѣ, долженъ имѣть при себѣ *землемѣрную цѣпь* (catenam metatoriam), составленную изъ мѣдныхъ, или желѣзныхъ звеньевъ посредственной толщины, и чтобъ каждое звено длиною было въ одинъ футъ, или въ половину онаго, а вся сажень по крайней мѣрѣ состояла изъ пяти саженъ, на свои знаки раздѣленныхъ. Употребленіяжъ веревокъ долженъ опасаться, которыя хотя и будутъ варены въ маслѣ конопляномъ; токмо различнымъ перемѣнамъ подвержены бываютъ, то есть, иногда корчатся, а иногда растягаются.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 16. Изъ вышепоказаннаго положенія явствуетъ, что, когда сорты Геометрическихъ мѣръ такуюжъ, какъ и простыя числа, десятичную пропорцію имѣютъ: то сложеніе, вычитаніе, умноженіе и дѣленіе оныхъ мѣръ, чрезъ сіе средство, весьма легкимъ дѣлается, по елику приведеніе оныхъ безъ всякаго труда сдѣлано быть можетъ. На пр. 2. сажени тоже значатъ, что и 20′ футовъ, или 200″ дюймовъ, и проч. Положимъ, что должно сложить числа, $2^{\circ}.\ 3'$, съ $4^{\circ}.\ 7'.\ 6''$: то первое число, чрезъ приложеніе къ нему нуля приводится въ такой меньшей сортъ, какой въ другомъ находится, и потомъ дѣлается обыкновенное сложеніе, наблюдая притомъ одно токмо десятерное содержаніе. На пр. $2^{\circ}\ 3'.\ 0'' + 4^{\circ}.\ 7'.\ 6'' = 7^{\circ}.\ 0'.\ 6''$. Равнымъ образомъ дѣлается и вычитаніе; умноженіежъ и дѣленіе десятичныхъ чиселъ чрезъ простыя числа, ни мало не разнствуетъ отъ подобной практики простыхъ чиселъ. О прочемъ во второй и третіей главѣ Геометріи на своемъ мѣстѣ обстоятельнѣе упомянуто будетъ.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VII.

§. 17. *Кругъ* circulus) есть кривая линѣя, которая концомъ A прямой линѣи A C, въ Ф. 1. точкѣ C утвержденной и около сей точки обведенной ,, описывается.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VIII.

§. 18. Точка въ кругѣ средняя C, *центръ*, (centrum); кривая круговая линѣя, *окружность* (periphERIA, ſiue circumferentia); прямая линѣя B C D, проведенная чрезъ центръ C, отъ одной точки окружности B къ другой противоположенной D, *поперешникъ* (diameter); половинная того поперешника часть BC, *полупоперешникъ* (ſemidiameter, vel radius); и наконецъ прямая линѣя EF, проведенная также отъ одной точки окружности ко всякой другой противоположенной точкѣ тойже окружности, *хорда* (chorda, vel ſubtenſa) называется.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 19. Слѣдовательно всякой окружности точки въ равномъ разстояніи находятся отъ центра, или центръ есть въ срединѣ круга, и полупоперешники одного круга равны между собою.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 20. Поперешникъ, поколику проходитъ чрезъ центръ, или чрезъ средину круга, раздѣляетъ оной на двѣ равныя части.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 21. И на прямой линѣѣ B D, изъ взятаго на нейже центра C, можно описать только полкруга. Доказательство сего предложенія, сочиненное Талесомъ, Клавій выводитъ изъ Прокла къ Эвклид. Кн. 1. опред. 17.

ПОЛОЖЕНІЕ 2.

§. 22. Окружность всякаго круга Геометры раздѣляютъ на 360 частей (*) равныхъ, которыя называются *градусами*. Чего ради половинѣ круга 180, а четверьти, то есть, четвертой части круга 90 градусовъ приписываютъ. Всякой градусъ 60 минутъ, и всякая минута 60 секундъ въ себѣ содержитъ. Знакъ градусовъ есть (°), минутыжъ одною палочкою (′), секунды двумя (″), а терціи тремя палочками (‴) означаются.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IX.

§. 23. *Параллельныя* линѣи (Parallelae)
Ф. 2. 3. суть тѣ, которыя, будучи какъ далеко ни протянуты, всегда имѣютъ между собою одинакое разстояніе. *Параллельные круги* (circuli paralleli), вообсобливости *Концентральные* (Concentrici) называются, поелику оные изъ одного тогожъ центра, токмо различными полупопешниками описываются.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 24. Прямыя параллельныя линѣи, будучи по изволенію съ обѣихъ сторонъ какъ далеко ни протянуты, ни съ которой стороны одна съ другою не сходятся.

ЗАДАЧА I.

§. 25. *Дано разстояніе параллельныхъ*
Ф. 4. *линѣй, провести оныя.*

РѢШЕНІЕ.

На прямй линѣѣ А С возьми циркулемъ данноеразстояніе параллельныхъ линѣй, и

(*) Древность сего раздѣленія явствуетъ изъ Плин. кн. 2. гл. 23. и изъ Птолом. кн. 1. гл. 9. о сложн. величин.

и поставивъ одну ножку циркула на линѣѣ АС, онымъ раствореніемъ циркула, такъ какъ полупоперешникомъ, начерти дуги В и D; потомъ на крайнія точки тѣхъ дугъ положивъ линѣйку, чрезъ оныя проведи линѣю BD, которая будетъ параллельна съ другою данною (§. 19.). Ч. н. с.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 26. Проводятся также параллельныя линѣи, помощію двужъ линѣекъ, поперегъ между собою связанныхъ; также помощію чертежной доски, которая по Нѣмецки называется (Reisbret). Но рѣдко такую доску столяры дѣлаютъ исправно.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ. X.

§. 27. Параллельнымъ линѣямъ противополагаются линѣи *наклоненныя* (inclinatae) и *сближающіяся* (conuergentes) АВ и CD, которыя въ иномъ мѣстѣ больше, а въ другомъ меньше другъ отъ друга отстоятъ. Также *собирающіяся* (concurrentes) EF и GF, которыя въ одной точкѣ собираются, и *прикасающіяся* (contingentes), изъ которыхъ одна прямая, а другая кривая, или обѣ кривыя, и въ одной точкѣ между собою соединяются такъ, что ни одна другой не пересѣкаетъ, сколько бы обѣ оныя далеко протянуты ни были. Наконецъ *пересѣкающіяся* (secantes), которыя взаимно между собою пересѣкаются.

Ф. 5. 6. 7. 8. 9.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XI.

§. 28. *Уголъ* (Angulus) называется изъ двухъ собирающихся линѣй одной къ другой наклоненіе; какой происходитъ, когда двѣ линѣи

линѣи A C и B C, будучи въ точкѣ C соединены, движеніемъ круговымъ одна отъ другой взаимно раздвигаются такъ, что центръ движенія будетъ въ точкѣ соединенія. Тотъ уголъ называется *прямолинѣйной* и *плоской* (rectilineus & planus), которой замыкаютъ двѣ прямыя линѣи, а *криволинѣйной*, или *сферической* (curuilineus, vel sphaericus), которой заключается между двумя дугами круга. Бока, между которыми замыкается уголъ, называются *бедра* (crura), и точка C, въ которой соединяются бедра, *верьхъ угла* (vertex anguli) именуется.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 29. Количество угла познается, когда величина круговой дуги A B опредѣляется, и чѣмъ больше, или меньше бываетъ оная дуга, тѣмъ больше, или меньше будетъ уголъ той дугѣ соотвѣтствующій. Равные жъ углы называются тѣ, которые имѣютъ равныя дуги, или мѣры.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 30. Наблюдая одно наклоненіе линѣй, хотя бока какого угла продолжены, или сокращены будутъ, количество онаго тѣмъ самымъ не увеличивается и не уменьшается.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 31. Происходилъ споръ объ углѣ *прикосновенія* N. которой заключается между дугою круга и касательною линѣею, можетъ ли онъ причисленъ быть къ угламъ? Сей вопросъ подтверждалъ Клавій, а опровергалъ Пелетарій. Съ симъ и мы по справедливости согласуемъ, поколику такого касательнаго угла нѣтъ, которой бы подлежалъ измѣренію. Валлизій въ 1. том. оптик. на стран. 605. говоритъ, что Клавію никакого вспоможенія не дѣлаетъ опредѣленіе Эвклидово, которой въ книг. 1. опред. 8. уголъ называетъ *наклоненіемъ линѣй* (*γραμμῶν κλίσιν*), поколику изъ слѣдующихъ той-

Ф. 12.

же

же книги предложенiй ясно разумѣть можно, что Эвклидъ вездѣ упоминаетъ о такомъ углѣ, которой измѣряется дугою. См. Таквет. Элемен. Геом. кн. III. предл. 16.

ПРИМѢЧАНIЕ 2.

§. 32. Когда уголъ означается тремя литерами, которыя надъ линѣями заключающими уголъ надписываются, то та литера среднее мѣсто занимать должна, которая при верьху угла находится.

ПРИМѢЧАНIЕ 3.

§. 33. Чтобъ рѣшенiе задачъ практической Геометрiи лучше разумѣть: то не безполезно будетъ здѣсь кратко описать самонужнѣйшiе инструменты, которые находятся въ употребленiи у Геодезистовъ, оставя между тѣмъ изображенiя оныхъ, поелику въ лекцiяхъ предъ глаза представить оныя, также о составленiи и употребленiй оныхъ упомянуть заблагоразсуждается.

1. Желающiй научиться Геометрической практикѣ во первыхъ долженъ стараться о томъ, чтобъ имѣть при себѣ ящичекъ: въ которомъ бы находились два *циркула* (circini), изъ коихъ у одного одна которая нибудь ножка дѣлается подвижная; *перо чертежное* (penna), *полукружiе* (semicirculus), раздѣленное на цѣлые и половинные градусы, которое вообще называется *Транспортиромъ* (Transportatorium), *наугольникъ*, или *образецъ* (norma); *маштабъ* (scala); на которомъ и мѣры дюймовъ нѣкоторыхъ знатнѣйшихъ футовъ изображены; также *параллелизмъ* (parallelismus) (§. 25.).

2. Потомъ долженъ имѣть въ готовности *четыреугольной столикъ* (mensulam quadrangularem), въ полтора фута на трехъ ножкахъ утвержденной такимъ образомъ, что въ положенiе параллельное и вертикальное съ горизонтомъ удобно можно приводить оной. Изобрѣтенiе сего столика Iог. Преторiю приписываетъ Дан. Швентеръ въ трак. 3 практ. Геом. на стран. 637.

3.

3. Чтобъ на семъ столикѣ можно было чертить линѣи, соотвѣтствующія усмотреннымъ на полѣ, то должна быть *линѣйка* (regula) деревянная, или мѣдная съ діоптрами, которыхъ скважины по концамъ, или краямъ той линѣйки находятся.

4. Сверьхъ того долженъ имѣть нѣсколько кольевъ (baculos), длиною по пяти футовъ, съ низу окованныхъ желѣзомъ, которые потребны для означенія линѣй на полѣ.

5. О землемѣрной цѣпи уже сказано (§. 15.).

6. Также, чтобъ удобнѣе можно было приводить показанные инструменты въ положеніе горизонтальное и вертикальное, потребенъ *ватерпасъ* или *отвѣсъ* (libella), и ниточка, на которой виситъ гирька. Показанной ватерпасъ можетъ сдѣланъ быть многими образами, и гораздо удобнѣе, естьли съ одного боку наугольника будетъ привѣшена на ниточтѣ гирька, которая показываетъ тогда горизонтальное положеніе основанія, когда она подходитъ къ перпендикулярной линѣѣ; о чемъ ниже сего въ Идравликѣ пространнѣе упомянуто будетъ.

7. Но хотя сими не многими инструментами можно дѣлать и совершать измѣренія полей; однако иногда потребно бываетъ и величину угловъ означать числомъ градусовъ, сколько они въ себѣ содержатъ, что дѣлается помощію цѣлаго круга, или полукружія на цѣлые градусы, на шестыя и десятыя оныхъ части раздѣленнаго, при которомъ находятся двѣ пары діоптръ, одна подвижная, (такая линѣйка которая имѣетъ подвижные діоптры, называется *Алгидадою* (Alhidada), а другая не подвижная. Сей инструментъ вообще называется *Астролябіею* (Astroladium); поелику въ древнія времена подобные инструменты употребляемы были для смотрѣнія звѣздъ.

8. При Астролябіи обыкновенно бываетъ *Компасъ* (Compassus), или *магнитная коробочка* (pyxis, magne-

magnetica), въ которой стрѣлка, магнитомъ натертая, по срединѣ круга на градусы раздѣленнаго, находится утвержденная на шпилькѣ. Оная стрѣлка какъ для означенія странъ свѣта, такъ и для сысканія величины угловъ потребна.

9. Дѣлается также такая коробочка, въ которой магнитная стрѣлка содержится, съ двумя неподвижными діоптрами, на меридіональной линѣѣ утвержденными, безъ Астролябіи, и тогда называется *корабельнымъ компасомъ* (Bouſſole)

10. Наконецъ, для измѣренія такихъ угловъ, коихъ бока вверьхъ простираются, служитъ *квадрантъ* (quadrans), или четвертая часть круга, на 90 градусовъ, и на меньшія онихъ части раздѣленная, имѣющая также діоптры и гирьку привѣшенную на ниточкѣ. Но сіи и другіе инструменты нарочно описываетъ Николай Біонъ въ особливой книгѣ, *о составленіи и употребленіи Математическихъ инструментовъ*, которую съ Французскаго языка на Нѣмецкой перевелъ, и изрядными дополненіями умножилъ слав. Доппельмаіеръ, и подъ именемъ, der Mathematiſchen Werkſchule, издалъ въ Норимбергѣ 1713, 1717. и 1723. год. въ 4. На Французскомъ же языкѣ вышла въ Парижѣ 1709. год. въ 8.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 34. *Уголъ прямой* (Angulus rectus) есть, когда прямая линѣя AB на другой CD стоитъ такъ, что ни на которую сторону не наклоняется. Прямая линѣя AB, такимъ образомъ на другой стоящая, *перпендикулярною*, или *отвѣсною* (perpendicularis, vel normalis) называется. Ф. 13.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 35. Инструментъ сдѣланной изъ двухъ перпендикулярныхъ линѣекъ, прямой уголъ составляющихъ, *наугольникомъ* (norma) называется (§. 33.)

Витру-

Витрувій въ кн. 9. гл. 2. изобрѣтателемъ сего инструмента почитаетъ Пиѳагора.

ТЕОРЕМА I.

Ф. 20. §. 36. *Мѣра прямаго угла есть четверть круга, или 90 градусовъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда прямая линѣя CD на другой AB воставленная перпендикулярно ни на которую сторону не наклоняется; то она съ обѣихъ сторонъ дѣлаетъ углы ACD и DCB между собою равные (§ 28.). Но на линѣѣ AB, изъ взятаго на нейже центра C, можно описать только полкруга (§. 21.); слѣдовательно съ обѣихъ сторонъ прямому углу C, вмѣсто мѣры соотвѣтствуетъ половинная дуга полкруга, или четверть круга (§ 22.). Ч. Н. Д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

Ф. 14. §. 37. Уголъ прямаго больше CDB, *тупой* (obtusus), а прямаго меньше CDA, *острой* (acutus) называется. Оба сіи углы также *косыми углами* (anguli obliqui) называются.

ЗАДАЧА II.

§. 38. *Провести перпендикулярную линѣю.*

РѢШЕНІЕ I.

Ф. 15. Положимъ, что на линѣѣ AB изъ точки C должно воставить перпендикулъ. Возьми циркулемъ съ обѣихъ сторонъ отъ точки C равныя части AC и CB, и изъ A и B по изволенію взятымъ раствореніемъ циркула начерти дуги, пересѣкающія себя въ D, откуда проведи линѣю DC, которая

будетъ

будетъ желаемая перпендикулярная линѣе. Ч. н. с.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже по изволенію взятыя растворенія циркула A D и D B суть равныя, и A C = C B: то видно, что линѣя D C стоитъ на другой такъ, что ни на которую сторону не наклоняется §. 34.).

РѢШЕНІЕ 2.

Скорѣе можно возставить перпендикулярную линѣю помощію наугольнина (§. 35.).

ЗАДАЧА III.

§. 39. *Раздѣлить данную прямую линѣю AB на двѣ равныя части.*

РѢШЕНІЕ.

Раствореніемъ циркула, которое бы больше половины данной линѣи было, изъ обѣихъ крайнихъ точечъ A и B сдѣлай разрѣзы сверьху и снизу пересѣкающіеся въ D и E, и потомъ проведи линѣю D C E, которая данную линѣю A B раздѣлитъ на двѣ части AC = CB. Ч. н. с. Ф. 16.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Линѣя DE къ прямой линѣѣ AB есть перпендикулярна, понеже она ни на которою сторону не наклоняется, то есть, поколику точки D и E равно отстоятъ отъ крайнихъ точекъ A и B (§. 34. 36.); слѣдовательно каждая точка оной линѣи въ равномъ разстояніи отъ A и B находится (§. 9.). По чему C есть въ срединѣ линѣи AB. Ч. н. д.

ЗАДАЧА IV.

§. 40. *Вымѣрять прямолинѣйный уголъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. *На бумагѣ*, или на *доскѣ*. Къ точкѣ соединенія боковъ угла приложи центръ транспортира, а поперешникъ онаго положи на которой ни будь бокъ, и на окружности полукружія сочти градусы, и части оныхъ, которыя между обоими боками содержатся, чрезъ что будетъ извѣстно количество угла.

2. *На полѣ*. Послѣ того, какъ бока угла кольями перпендикулярно воткнутыми будутъ означены, въ верьху онаго угла поставь столикъ, и наономъ чрезъ воткнутую шпильку означь точку, которая бы соотвѣтствовала верьху измѣряемаго угла, и приложивъ къ оной шпилькѣ линѣйку съ діоптрами, по положенію линѣй назначенныхъ на полѣ, проведи на ономъ столикѣ другія линѣи, которыя будутъ изображать подобный уголъ, который послѣ того должно вымѣрять транспортиромъ, или полукружіемъ. *Или другимъ образомъ*: въ верьху угла поставь Астролябію, и на бока его наведши діоптры, сочти потомъ градусы и минуты содержащіяся между тѣми линѣями, на которыя наведены діоптры.

3. Когда жъ одинъ угла бокъ АС отъ плоскости къ верьху подымается, то въ такомъ
Ф. 27. случаѣ принимается въ помощь квадрантъ, и чрезъ діоптры усматривается высоты точка А, тогда ниточка СЕ, на которой привѣшена гирька, на дугѣ того квадран-

та DF отрѣжетъ число градусовъ для измѣряемаго угла,

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже для измѣренія угла потребно только опредѣленіе величины дуги, которая углу, такъ какъ мѣра противополагается (§. 28), и изъ описанія инструментовъ, употребленіе которыхъ теперь показано, явствуетъ, что помощію сихъ находятся цѣлые градусы и части оныхъ, которыми нѣкая дуга опредѣляется; того ради не можно имѣть никакого сомнѣнія о справедливости двухъ первыхъ рѣшеній. Въ разсужденіи жъ третьяго рѣшенія надлежитъ примѣчать, что, когда углы GCF и DCE суть прямые и равны между собою, (поколику чрезъ опытъ извѣстно, что гирька на ниточкѣ привѣшенная всегда перпендикулъ къ линѣѣ съ горизонтомъ параллельной BCG означаетъ; объ углѣ жъ квадранта см. §. 34, и 33. нум. 10), и линѣя DC столько отстоитъ отъ перпендикула CF, сколько CE отъ линѣи CG: то углы GCE и DCF суть равны между собою (§ 28. 29.). Но вскорѣ и изъ другаго начала доказано будетъ, что углы ACB и GCE, которыхъ верьхи противополагаются суть равные (§. 48); слѣдовательно дуга DF есть мѣра угла ACB (§ 23. Ариѳ.).

ЗАДАЧА V.

§. 41. *Сдѣлать уголъ равный другому данному углу.*

РѢШЕНІЕ.

Начерти дугу равную мѣрѣ даннаго угла, на бумагѣ помощію транспортира, а на

полѣ чрезъ столикъ, или чрезъ Астролябiю, и потóмъ удобно можно будетъ прибрать бокà для того угла.

Особливожъ на бумагѣ рѣшится сiя задача однимъ циркулемъ; то есть, данному углу
Ф. 18. 19. А С В сдѣлается равный уголъ, ежели взятымъ по изволенiю раствоpенiемъ циркула АС, одну его ножку поставивъ въ верьху С, начертишь дýгу А В, и потóмъ на линѣѣ *cb* тѣмже полупоперешникомъ изъ *c* опишешь дýгу *ab* равную А В и проведешь бокъ *ca* (§. 29.).

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XIV.

§. 42. *Углы смѣжные* (anguli contigui) суть тѣ, которые находятся при общемъ
Ф. 21. бокѣ. На пр. *y* и *x*.

ТЕОРЕМА II.

§. 43. Когда прямая линѣя А В *на другой прямой линѣѣ* D C *состоящая дѣлаетъ углы смѣжные* x *и* y: *то они вмѣстѣ взятые равняются двумъ прямымъ угламъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже на линѣѣ C D, изъ взятаго на ней же центра, можно описать только полкруга (§. 21.); слѣдовательно всѣ углы, которые происходятъ отъ соединенiя прямыхъ линѣй въ точкѣ В, мѣрою имѣютъ полкруга (§. 29.) и равняются двумъ прямымъ угламъ (§. 33.). Ч. н. д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 44. Естьли будутъ два только смѣжные углы, и одинъ изъ нихъ прямый: то будетъ и другїй такъ же прямый.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 45. Естьлижъ изъ смѣжныхъ угловъ одинъ уголъ острый: то другїй будетъ тупый; и знавъ одинъ уголъ, будетъ другїй дополненїемъ къ 180 градусамъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 46. Когда внизу линѣи, отъ линѣй взаимно себя пересѣкающихъ, произойдутъ смѣжные углы *o* и *s*: то и они будутъ также равны двумъ прямымъ угламъ. И всѣ углы, какъ въ верьху, такъ и внизу оной линѣи находящїеся, и отъ прямыхъ линѣй, которыя взаимно себя въ тойже точкѣ пересѣкаютъ, произшедшїе, по колику мѣрою имѣютъ цѣлый кругъ, вмѣстѣ взятые, равняются четыремъ прямымъ угламъ. Ф. 22.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XV.

§. 47. *Углы при верьху противоположенные* (anguli ad verticem oppositi) суть тѣ, которыхъ верьхи противополагаются, и происходятъ отъ линѣй, взаимно себя пересѣкающихъ. На пр. *n* и *s*, также *m* и *o*. Ф. 22.

ТЕОРЕМА III.

§. 48. *Углы вертикальные* (anguli verticales) *противоположенные суть равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже смѣжные углы $n + m = 180^\circ$ (§. 43), и $m + s = 180^\circ$: то отъ сихъ равныхъ угловъ отнявъ общїй уголъ *m*, останутся равные *n* и *s* (§. 26. Ариѳ.). Равнымъ образомъ доказывается, что $m = o$. Ч. н. д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVI.

§. 49. *Треугольникъ плоскій* (triangulum planum) есть фигура тремя прямыми линѣями окруженная. Линѣя, на которой дѣлается утвержденіе, *основаніе* (basis), а прочія двѣ линѣи, *бока*, или *бедра* (crura) называются; верьхняяжъ точка, которая противополагается основанію, *верьхъ* (vertex) именоваться будетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVII.

Ф. 23. §. 50. Треугольникъ, въ разсужденіи
24 25. боковъ, есть либо *равносторонный* (aequila-
terum, который имѣетъ всѣ три бока равные, либо *равнобедренный*, или *равнобочный* (isosceles), который имѣетъ два только бока равные, либо *неравносторонный*, или *разносторонный* (scalenum), который имѣетъ всѣ три бока неравные.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

§. 51. Треугольникъ, въ разсужденіи
Ф. 26. угловъ, есть либо *прямоугольный* (rectangu-
27. 28. lum, въ которомъ одинъ уголъ находит-
ся прямый, либо *остроугольный* (acutangulum), въ которомъ всѣ три угла острые, либо *тупоугольный* (obtusangulum), въ которомъ одинъ уголъ находится тупый.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIX.

§. 52. Треугольника прямоугольнаго са-
Ф. 26. мая большая линѣя AC, которая противо-
полагается прямому углу, *Ипотенузою* (hypotenusa) называется. Въ томъ же прямоугольномъ треугольникѣ бокъ перпендикулярный, при прямомъ углѣ находящійся, на пр. AB или BC, *катетомъ* (cathetus) именуется

ТЕО-

ТЕОРЕМА. IV

§. 53. *Во всяком треугольнике два бока вмѣстѣ взятые суть больше остальнаго.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда прямая линѣя AC есть самая кратчайшая, которая состоит между двумя точками (§. 10.): то слѣдует, что всякая линѣя, которая, кромѣ прямой, соединяет двѣ тѣ точки, имѣет бо́льшее протяженіе. И потому AB+BC>AC. Ч. н. д. Ф. 26.

ЗАДАЧА VI.

§. 54 *Начертить треугольник из трех прямых линѣй, из которых двѣ которыя нибудь взятыя вмѣстѣ суть больше, нежели третья остальная.*

РѢШЕНІЕ.

1. Большую из данных линѣю 1 возьми за основаніе AB. Ф. 29.
2. Потом смѣряй циркулем другую линѣю 2, и сим раствореніем из одной крайней основанія точки A начерти дугу в C.
3 Наконец также взяв циркулем третью линѣю 3, тѣм же раствореніем из другой крайней точки B пересѣки первую дугу, и к точкѣ разрѣза C из обѣих крайних основанія точек проведи бока AC и BC. Такое составленіе явствует из опредѣленія треугольника.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 55. Равным образом треугольник равносторонный, знав одну только линѣю, и треугольник равнобедренный, когда будут даны двѣ линѣи, начертить можно.

Ибо въ равностороннном треугольникѣ одна та же линѣя употребляется три раза, а въ равнобедренномъ треугольникѣ съ обѣихъ сторонъ возставляется на основанїи одинакой бокъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XX.

§. 56. *Сходственныя фигуры* (congruae figurae) суть тѣ, изъ которыхъ одна, будучи приложена къ другой, точно съ нею сходствуетъ, такъ что ежели одна на другую положена будетъ, вся всю закроетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 57. Такое сходство фигуръ требуетъ точнаго равенства какъ цѣлой фигуры, такъ и каждой ея части; и ежели о какихъ ни будь фигурахъ можно доказать, что онѣ сходствуютъ: то тѣ фигуры должны быть равны между собою.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 58. Нѣкоторые сію Аксіому почитаютъ тѣмною, и содержаніе количествъ, изъ которыхъ одно къ другому взаимно прикладывается и одно на другое полагается, такъ какъ механическое и Геометріи противное выводятъ. См. Гуц. *доказ. епанг.* Аксіом. 4. §. 2. стран. 26. Но того не требуется, чтобъ самымъ дѣломъ одна фигура полагалась на другую, но однимъ только воображеніемъ должно дѣлать такое сравненіе, и такимъ образомъ точное фигуръ сходство получается.

ТЕОРЕМА V.

Ф. 30. 31 §. 59. *Ежели въ двухъ треугольникахъ* ABC *и* DEF *одинъ уголъ* B *будетъ равенъ одному углу* E, *и два бока* AB *и* BC, *равны двумъ бокамъ* DE *и* EF: *то и цѣлые треугольники будутъ равны между собою.*

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже бока AB = DE и BC = EF сходны между собою, по причинѣ равенства (§. 57.), и уголъ B сходенъ съ угломъ E: то точка A на точку D, и точка C на точку F упадаетъ; слѣдовательно линѣя AC сходствуетъ съ линѣею DF (§. 10.), и также углы A и D, C и F сходствуютъ, и цѣлые треугольники суть равны между собою. Ч. н. д.

ТЕОРЕМА VI.

§. 60. Ежели въ двухъ треугольникахъ два угла равны между собою, на пр. B = E, C = F и бокъ BC равенъ боку EF: то и цѣлые треугольники будутъ равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Съ предыдущимъ точно сходствуетъ. Ибо сдѣлавъ сравненіе обѣихъ фигуръ, можно будетъ видѣть, что всѣ части обоихъ треугольниковъ сходствуютъ между собою, изъ чего заключается равенство тѣхъ частей и цѣлаго.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 61. Что въ двухъ треугольникахъ, которые имѣютъ всѣ бока равные, будутъ и углы, между равными боками содержащіеся, и цѣлые треугольники равными между собою, о томъ какъ самое составленіе такого треуголника показываетъ, такъ и ниже сего доказано будетъ (§. 127.).

ЗАДАЧА VII.

§. 62. Сдѣлать *треугольникъ равный данному.*

РѢШЕНІЕ.

Сдѣлай уголъ E равный углу B, и бока DE и EF равные бокамъ AB и BC, и будутъ треугольники равные (§. 59.). Или, сдѣлай два угла равные двумъ угламъ и одинъ бокъ равный боку другаго треугольника, такимъ образомъ на конецъ произойдутъ равные треугольники (§. 60.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 63. Для рѣшенія предложенной задачи на бумагѣ потребенъ только треножный циркуль, помощію котораго всякая треугольная плоская фигура взята, и по изволенію можетъ перенесена быть на другое мѣсто.

ТЕОРЕМА VII.

Ф. 32. §. 64. *Углы A и B, которые въ равнобедренномъ треугольникѣ находятся при основаніи, суть равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Начертивъ дугу круга AB, возьми на нейже дуги AE и EB равныя, потомъ изъ центра C проведи полупоперешники CA и CB, и точки A и B соедини прямою линѣею, такимъ образомъ сдѣлается равнобедренный треугольникъ ABC (§. 20. 50.). Наконецъ изъ центра къ срединѣ дуги проведи линѣю, точками означенную CDE: то будутъ углы x и y равны между собою, поколику имѣютъ равныя мѣры AE и EB (§. 29). Чего ради, понеже AC = CB, и линѣя CD есть средняя и общая, треугольники CAD и CDB сходны между собою (§. 59.), и слѣдовательно уголъ A равенъ углу B. Ч. н. д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 65. Понеже цѣлые треугольники равны между собою, и углы смѣжные при D суть равные и прямые (§. 44), и бока AD и DB сходствуютъ; того ради линѣя CDE есть перпендикулярная, которая, будучи проведена изъ центра, и хорду ADB пересѣкая на двѣ части, пересѣкаетъ и дугу той хордѣ противоположенную AEB на равныя части. И обратно, линѣя пересѣкающая хорду на двѣ части при прямыхъ углахъ проходитъ чрезъ центръ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 66. Понеже равносторонный треугольникъ есть также равнобедренный; того ради явствуетъ, что въ равносторонномъ треугольникѣ всѣ углы равны между собою, какимъ образомъ оный ни будетъ поставленъ.

ЗАДАЧА VIII.

§. 67. *Раздѣлить данной уголъ на двѣ части.*

РѢШЕНІЕ.

Изъ верьху угла F начерти дугу HG, и взятымъ по изволенію раствореніемъ одну ножку циркула поставивъ въ H и G, начерти другою ножкою онаго дуги, пересѣкающія себя въ точкѣ I, и изъ оной къ верьху угла F проведи линѣю, которая раздѣлитъ уголъ F на двѣ части. Ф. 33.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

FH=FG (§. 19.), и HI=GI, по положенію, и линѣя FI общая обоимъ треугольникамъ HFG и GFI, и △HFG сходенъ съ △ GFI (§. 61.): то и уголъ HFI=GFI.

ДРУГОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Точки I и F находятся надъ срединою хорды и дуги HG, по конструкціи: то прямая линѣя IF, которой всѣ части лежатъ ровно, пересѣкаетъ дугу HG на двѣ части, слѣдовательно и уголъ той дугѣ противоположенный. Ч. н. д.

ЗАДАЧА IX.

§. 68. *Написать въ кругѣ всякїй плоскїй треугольникъ.*

РѢШЕНIЕ.

ф. 34. Раздѣли два въ треугольникѣ бока АВ и АС на двѣ части прямыми перпендикулярными линѣями (§. 38.), и гдѣ онѣ соединяются, тамъ будетъ центръ *т* круга, которой около того треугольника описать должно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что треугольникъ ужé написанъ въ кругѣ: то всѣ бокà его не что иное будутъ, какъ хорды противоположенныхъ дугъ (§ 18.). Но перпендикулярная линѣя, пересѣкающая хорды на двѣ части, проходитъ чрезъ центръ (§. 65.); слѣдовательно, гдѣ двѣ такiя перпендикулярныя линѣи соединяются, тамъ будетъ центръ круга. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 69. Равнымъ образомъ всякїя три точки, не въ прямой линѣѣ поставленныя, могутъ захвачены быть окружностїю круга.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 70. И даннаго круга, или всякой дуги искомый центръ находится, естьли двѣ хорды подъ тою дугою проведены и прямыми перпендикулярными линѣями будутъ раздѣлены на двѣ части.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXI.

§. 71. Прямая поперечная линѣя EF, ф. 35. пересѣкающая двѣ параллельныя линѣи AB и CD, дѣлаетъ восемь угловъ, четыре *внѣшнихъ*, внѣ параллельныхъ, и четыре *внутреннихъ*, внутръ параллельныхъ линѣй. Два внутреннiе *u* и *y*, *s* и *x*, находящiеся

при

при томъ же бокѣ, называются *при одной сторонѣ положенные* (ad eandem partem positi). Но внутренніе *x* и *u*, *s* и *y*, изъ которыхъ одинъ подлѣ поперечной линѣи внизу съ одной, а другій въ верьху съ другой стороны, и обратно, находятся, называются *Алтерни* (Alterni).

ТЕОРЕМА VIII.

§. 72. Внѣшній уголъ о равенъ внутреннему противоположенному x, который находится при одной и той же сторонѣ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что линѣя AB ровнымъ движеніемъ упадаетъ на другую линѣю CD, а линѣя EF между тѣмъ пребываетъ не подвижна; такимъ образомъ уголъ *o* упадаетъ на уголъ *x* и съ онымъ сходствуетъ; слѣдовательно внѣшній уголъ равенъ внутреннему противоположенному (§. 57.). Тоже доказывается и объ углахъ *r* и *y*. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 73 Внѣшній уголъ *o* есть также равенъ внѣшнему противоположенному *w*. Понеже *w* = *x* (§. 48 и 23. Ариѳ.)

ТЕОРЕМА IX.

§. 74. Углы алтерни u и x равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже *o* = *u* (§. 48.), и *o* = *x* (§. 72.). то будетъ также *u* = *x* (§. 23. Ариѳ.). Равнымъ образомъ доказывается, что *s* = *y*. Ч. н. д.

ТЕО-

ТЕОРЕМА X.

§. 75. *Внутреннïе углы, при томъ же бокѣ находящïеся s и x, равняются двумъ прямымъ угламъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $o + r =$ двумъ прямымъ угломъ, или 180 градусамъ (§. 43.) Но $r = s$ (§. 48.), и $o = x$ (§. 72.); слѣдовательно, равное вмѣсто равнаго поставивъ (§. 23. Ариѳ.); будетъ $s + x = 180$ градусамъ, или двумъ прямымъ угламъ. Равнымъ образомъ доказывается, что $u + y = 180$ градусамъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 76. Когда прямая линѣя на двѣ другïя упадая, и тѣ пересѣкая, дѣлаетъ, или уголъ внѣшнïй внутреннему противоположенному, или внѣшнïй внѣшнему противоположенному жъ, или углы *алтерни* равные, или два внутреннïе, при одномъ бокѣ находящïеся, равные двумъ прямымъ угламъ: то линѣи, такою поперечною линѣею пересѣченныя, будутъ параллельны между собою. Понеже изъ вышеобъявленныхъ доказательствъ явствуетъ, что сïи внѣшнихъ и внутреннихъ угловъ свойства тогда только имѣютъ мѣсто, когда линѣи параллельны.

ТЕОРЕМА XI.

Ф. 36. §. 77. *Параллельныя линѣи, между параллельными жъ линѣями состоящïя, суть равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, проведши поперечную линѣю MP между параллельными линѣями MN и OP, будетъ $\triangle MOP = \triangle MNP$, по тому что, ежели тѣ линѣи параллельны, и углы *алтерни* равны между собою (§. 74.),

то есть, $o = s$, и $x = y$, и линѣя MP есть обоимъ треугольникамъ общая (§. 60.); чего ради MN = OP, и MO = NP. Ч. н. д.

ЗАДАЧА X.

§. 78. *Провести параллельныя линѣи, подъ какимъ ни будь угломъ къ другой прямой линѣѣ наклоненныя.*

РѢШЕНІЕ.

Съ линѣею AB, которая подъ угломъ x къ другой линѣѣ BD наклонена, параллельная линѣя CD опишется, ежели уголъ y сдѣлается равный углу x, и потомъ линѣя CD проведена будетъ. Ибо такимъ образомъ, когда внѣшній уголъ y сдѣланъ равенъ внутреннему противоположенному x, линѣи AB и CD будутъ параллельны (§. 72. и 76.). Ф. 37.

ТЕОРЕМА XII.

§. 79. *Во всякомъ плоскомъ треугольникѣ всѣ три угла вмѣстѣ взятые равны двумъ прямымъ угламъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведи линѣю ABC параллельную съ основаніемъ DE: то будетъ $x = 2$, и $y = 3$ (§. 74.). Но $x + 1 + y = 180^\circ$ (§ 43.); слѣдовательно, равное вмѣсто равнаго поставивъ, будетъ такъ же $1 + 2 + 3 = 180^\circ$ (§. 23. Ариѳ.). Ч. н. д. Ф. 38.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 80. Знавъ два угла неравносторолнаго треугольника, и третій, такъ какъ дополненіе къ 180°, будетъ притомъ извѣстенъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 81. Въ равнобедренномъ треугольникѣ, понеже два угла при основаніи равны между собою (§. 64.), знавъ одинъ уголъ, и прочіе два будутъ извѣстны.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 82 Въ равностороннемъ треугольникѣ, когда всѣ углы равны между собою (§. 66.), каждый изъ оныхъ содержитъ въ себѣ двѣ трети прямаго угла, то есть, 60 градусовъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 83. Изъ чего явствуетъ и то, что прямый уголъ удобно можетъ раздѣленъ быть на три части. То есть,
Ф. 39. сдѣлай равносторонный треугольникъ ABC, и на основаніи онаго съ одного конца возставь перпендикулъ DB (§. 38.): то будетъ уголъ DBA третья часть прямаго угла DBC, понеже уголъ ABC содержитъ въ себѣ двѣ трети прямаго угла. И такъ прямый уголъ раздѣлится на три части, ежели уголъ ABC линѣею *bd* будетъ пересѣченъ на двѣ части (§. 67.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 84. Также въ одномъ и томъ же треугольникѣ одинъ только прямый уголъ, или одинъ больше прямаго быть можетъ: и когда одинъ изъ нихъ прямый: то прочіе два острые, оба вмѣстѣ, составляютъ 90 градусовъ, или одинъ прямый уголъ; и одинъ изъ острыхъ угловъ есть другаго дополненіемъ къ прямому.

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

§. 85. Ежели два угла одного треугольника равны двумъ угламъ другаго: то и третій уголъ будетъ равенъ третьему.

ТЕОРЕМА XIII.

§. 86. Внѣшній уголъ x, который
Ф. 40. *происходитъ отъ продолженія одного бока въ треугольникѣ, равняется двумъ внутреннимъ противоположеннымъ угламъ o и n.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $x + y = 180^\circ$ (§. 43.), также $y + o + n = 180^\circ$ (§. 79.); того ради изъ равныхъ

равныхъ суммъ вычетши общій уголъ y, останутся равные $x = o + n$ (§. 26. Ариѳ.). Ч. н. д.

Опредѣленіе XXII.

§. 87. *Подобныя фигуры* (similes figurae) суть тѣ, которыя имѣютъ всѣ углы равные всѣмъ угламъ и бока, противоположенные равнымъ угламъ, пропорціональные.

Теорема XIV.

§. 88. Линѣя DE, параллельная съ основаніемъ треугольника ABC, пересѣкаетъ бока онаго такъ, что части къ тѣмъ бокамъ, отъ коихъ онѣ отсѣчены, имѣютъ подобное содержаніе. Ф. 41.

Доказательство.

Представь, что пересѣкающая линѣя DE сперьва положена была на верьху A, а оттуда, наблюдая параллельное положеніе съ основаніемъ, спускалась на оное: то слѣдуетъ, что, на какомъ среднемъ мѣстѣ, на пр. въ DE, оная линѣя ни остановится, на обеихъ бокахъ перейдетъ подобныя части AD и AE, поколику оные бока принимаются въ разсужденіе такъ какъ дорога, по которой линѣя DE къ основанію BC слѣдуетъ; и какъ, для положенія параллельнаго, крайнія оной линѣи точки съ обѣихъ сторонъ должны касаться основанія, такъ и состоящая линѣя на какомъ ни будь среднемъ мѣстѣ, съ обѣихъ сторонъ переходитъ подобныя части той дороги; то

есть, когда она перешла половину на одномъ боку: то также должна перейти половину и на другомъ боку. И сїе для всякой другой пропорцїи служитъ; слѣдовательно A B: AD = AC: AE, или чрезъ членъ (alternatim) (§. 112. Арио.) AB: AC = AD: AE. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 89. И остатки такожъ, какое и цѣлые бока, содержанїе имѣютъ. Понеже разность предыдущихъ членовъ къ разности послѣдующихъ содержится такъ, какъ предыдущїй къ послѣдующему (§. 113. нум. 2. Арио.). То есть, AB—AD: AC—AE=BD: CE=AB: AC,

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 90. Ежели проведено будетъ съ основанїемъ параллельныхъ линѣй больше, на пр. *a b* и *c d*: то всѣ боковъ отрѣзки будутъ пропорцїональны между собою. Ибо изъ выше предложеннаго доказательства и прибавленїя къ оному явствуетъ истинна слѣдующихъ пропорцїй:
Ф. 42.

$$FG : FH = aF : bF = aG . bH$$
$$cF : dF = G : dH$$
$$cF : dF = ac : db = cG : dH$$

ПРИБАВЛЕНIЕ 3.

§. 91. На оборотъ, ежели какая линѣя, на пр. DE пересѣчетъ бока въ треугольникѣ пропорцїонально, будетъ параллельна съ основанїемъ.

ТЕОРЕМА XV.

§. 92. Въ треугольникахъ, равные углы имѣющихъ, бока равнымъ угламъ противоположенные пропорцїональны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ф. 43. Представь, что треугольникъ A B C имѣетъ равные углы съ малымъ треугольникомъ $\alpha\beta\gamma$, какъ на пр. A = α, B = β, C = γ. Положи малый треугольникъ на верьхъ большаго, что для равныхъ угловъ A и α

сдѣла-

сдѣлано быть можетъ (§. 57.). Понеже углы $\beta = B$ и $\gamma = C$ то будетъ линѣи $\beta\gamma$ и BC параллельны (§. 76.); слѣдовательно служитъ здѣсь слѣдующая пропорція: AB : AC $= \alpha\beta : \alpha\gamma$. Также, по причинѣ равныхъ угловъ B и β, возьми B за верьхъ треугольника, а AC за основаніе, и положи опять малый треугольникъ на верьхъ B: то опять тоже, что и прежде, выдетъ, то есть, линѣя $\alpha\gamma$ будетъ параллельна съ линѣею AC, и оттуда выводится слѣдующая пропорція: AB : BC $= \alpha\beta : \beta\gamma$; слѣдовательно въ обоихъ случаяхъ, по причинѣ пропорціи, что чрезъ членъ (§. 112. Ариѳ.), будетъ AB : $\alpha\beta$ $=$ AC : $\alpha\gamma$ $=$ BC : $\beta\gamma$. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 93. Такіе равноугольные треугольники по справедливости называются подобными, поколику имѣютъ равные углы и одинакую боковъ пропорцію (§. 87.). Чего для, по причинѣ подобія знаковъ, по которымъ они распознаются, различены быть не могутъ, развѣ дѣйствительнымъ образомъ будутъ сравнены между собою (§. 8. Ариѳ.).

ЗАДАЧА XI.

§. 94. *Раздѣлить прямую линѣю на какія нибудь данныя части.*

РѢШЕНІЕ.

Случай 1. Когда должно раздѣлить прямую линѣю на равныя части. Проведи нѣсколько параллельныхъ линѣй такъ, чтобъ всѣ другъ отъ друга равно отстояли (§. 21.), потомъ смѣряй циркулемъ линѣю AC, которую раздѣлить должно, и перенеси ную на тѣ параллельныя линѣи такъ, чтобъ между точками A и C столько разстоя- Ф. 44.

стояній параллельныхъ линѣй умѣстилось, сколько равныхъ частей данная линѣя имѣть должна, что сдѣлавъ, точки сѣченія параллельныхъ линѣй покажутъ искомыя равныя части данной линѣи А С.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже А В : АС = А1 : АЕ = А2 : AD; слѣдовательно А Е будетъ третья часть линѣи А С, такъ какъ А 1 есть третья часть линѣи А В (§. 88.), и проч.

Случай 2. Когда должно раздѣлить прямую линѣю на неравныя части, но по пропорціи такихъ частей, на какія другая линѣя уже раздѣлена.

ф. 45. На линѣѣ уже раздѣленный EF сдѣлай равносторонный треугольникъ DEF (§. 54. 55.), потомъ линѣю, которую раздѣлить должно, перенеси на оба бока сего равносторонняго треугольника въ D G и D H и проведи прямую линѣю GH, наконецъ изъ верьха сей фигуры къ раздѣленіямъ основанія O и M проведи также прямыя линѣи, которыя въ точкахъ 1 и 2 раздѣлятъ прямую линѣю G H такъ, какъ другая линѣя EF раздѣлена.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже D G = D H: то будетъ G H параллельна съ основаніемъ E F (§. 91.), и потому служитъ слѣдующая пропорція D E : EF = DG : GH, и какъ DE = EF: то будетъ также D G = G H; слѣдовательно, для подобія треугольниковъ, которые отъ проведеныхъ изъ верьха линѣй произошли, будетъ D E: EO = DG: G 1, и D E: EM = D G: G 2,

G 2, и линѣя GH раздѣлена въ такой пропорціи, въ какой основаніе EF раздѣлено было. Ч. и. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 95. Ежели линѣя, которую раздѣлить должно, будетъ больше линѣи уже раздѣленной EF: то въ такомъ случаѣ бока треугольника DEF продолжаются далѣе основанія до тѣхъ поръ, пока не умѣстится на оныхъ та линѣя, которую раздѣлить должно.

ЗАДАЧА XII.

§. 96. Найти третью пропорціональную линѣю къ даннымъ двумъ линѣямъ.

РѢШЕНІЕ,

1. Сдѣлай какой ни будь величины уголъ EAD, и на нижній его бокъ подлѣ верьха перенеси первую изъ данныхъ линѣю AB, а на другій верьхній бокъ другую AC, и проведи линѣю CB, которая соединитъ крайнія точки первыхъ линѣй. ф. 46.
2. Съ первою линѣею соедини вторую въ BD = AC, и изъ D сдѣлай линѣю DE параллельную съ первою CB (§. 78.): то CE будетъ третья пропорціональная линѣя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, для параллельныхъ линѣй CB и DE, между тѣми линѣями будетъ такая пропорція AB : AC = BD : CE (§. 89.). Но AC = BD; слѣдовательно CE есть третья пропорціональная линѣя (§. 111. Ариѳ.).

ЗАДАЧА XIII.

§. 97. Найти четвертую пропорціональную линѣю къ даннымъ тремъ линіямъ.

РѢШЕНІЕ 1.

Ф. 46. 1. Сдѣлай также какой ни будь уголъ А, и на нижній его бокъ подлѣ верьха перенеси первую изъ данныхъ линѣю А В, а на верьхній бокъ другую А С, и проведи линѣю С В

2. Потомъ третью линѣю соедини съ первою въ ED, и сдѣлай линѣю DE параллельную съ СВ: то будетъ СЕ искомая четвертая пропорціональная линѣя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Точно сходствуетъ съ предыдущимъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIII.

§. 98. *Геометрическій маштабъ*, или *размѣръ* (scala geometrica), по Нѣмецки, ein verjüngter maaßtab, есть образецъ, на которомъ Геометрическія мѣры, каждая изъ оныхъ на десять частей раздѣленная, представляются въ малыхъ линѣяхъ. Иные *инструментомъ частей* (instrumentum partium) называютъ.

ЗАДАЧА XIV.

Ф. 47. § 99. *Начертить Геометрическій маштабъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. На прямой линѣѣ А С возьми десять равныхъ частей, и въ крайней точкѣ А возставь перпендикулярную линѣю А В, и раздѣли оную также на десять равныхъ частей.

2. Чрезъ перерѣзы перпендикулярной линѣи проведи линѣи параллельныя съ нижнею линѣею, и на верьхнюю изъ оныхъ BD перенеси десять же частей равныхъ, какія и на нижней линѣѣ взяты были.

3.

3. Изъ крайней перпендикула точки B, къ точкѣ 9, находящейся на нижней линѣѣ, проведи поперечную линѣю B 9, и съ оною чрезъ всѣ верьхней и нижней линѣи раздѣленія начерти параллельныя линѣи, а на концѣ C также воставь перпендикулярную линѣю CD.

4. Линѣю AC перенеси, сколько угодно, на верьхнюю и нижнюю линѣю, и изъ точекъ E и F возставь перпендикулы EG и FH и проч.

5. Наконецъ раздѣленія сего машштаба означъ числами, какія фигура предъ глаза представляетъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели линѣя AC будетъ принята за сажень: то десятыя ея части будутъ значить Геометрическіе футы, а линѣи параллельныя съ основаніемъ, въ |△ AB 9 находящіяся между перпендикуломъ AB и поперечною линѣею B 9, будутъ представлять десятыя части фута, или дюймы (§. 11.). Но какъ всѣ треугольники, которые происходятъ отъ проведенной поперечной линѣи, для линѣй съ основаніемъ параллельныхъ, и общаго угла B, суть равноугольные и подобные; того ради служатъ здѣсь слѣдующія пропорціи: AB : A 9 = B 1 : 1 *m*, также BA : B 1 = A 9 : 1 *m*, и AB : B 2 = A 9 : 2 *n* и проч. (§. 92.). По чему 1 *m* есть десятая часть линѣи A 9, такъ какъ B 1 есть десятая часть линѣи AB. Ч. и. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 100. Слѣдовательно на семъ маштабѣ изображаются части трехъ Геометрическихъ мѣръ; и ежели линѣя АС возмется за мѣру фута: то десятыя ея части будутъ значить дюймы, и десятыя части дюймовъ, или линѣи, честицами 1 *m*, 2 *n*, и проч. означаются.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 101. Изъ чего явствуетъ, что 1 *m* есть сотая часть линѣи АС, и такимъ образомъ прямая линѣя раздѣляется на сто равныхъ частей.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§: 102. Всякъ самъ разумѣетъ то, что такіе маштабы различной величины сдѣланы быть могутъ, какъ кому угодно будетъ, въ большихъ, или въ меньшихъ другихъ линѣяхъ глазамъ представлять помянутыя линѣи Геометрическихъ мѣръ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

Ф. 48. §. 103. Сверьхъ того, ежели не будетъ угодно три сорта Геометрическихъ мѣръ столь труднымъ оброзомъ изображать на такомъ маштабѣ: то довольно иногда бываетъ, ежели на прямой линѣѣ АВ два только сорта тѣхъ мѣръ изображены будутъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 104. Употребленіе Геометрическаго маштаба есть
Ф. 48. слѣдующее: линѣю (изъ фигуры, или образца, къ которому тотъ маштабъ принаравливается) взявъ циркулемъ, перенеси на маштабъ, а особливо на нижнюю линѣю, такимъ образомъ тотчасъ видно будетъ, сколько цѣлыхъ и десятыхъ тѣхъ частей оная линѣя содержитъ; естьлижъ далѣе и изъ третьяго сорта частицы въ той линѣѣ содержатся: то оныя находятся, подвигая въ верьхъ по перпендикулярной линѣѣ EG, или FH и проч. ножку циркула до тѣхъ поръ, пока другая его ножка не ляжетъ на перерѣзѣ которой ни будь параллельной и поперечной линѣи, въ клѣточкѣ ABCD, ибо сколькая та линѣя, къ которой другая измѣряемая принаравливается циркулемъ, будетъ, считая отъ нижней, столько частицъ третьяго сорта, сверьхъ двухъ первыхъ сортовъ, и линѣя измѣряемая содержитъ. Что, смотря на одинъ образецъ, ясно можно видѣть. На пр. линѣя XZ (ежели линѣя АС будетъ принята за сажень) содержитъ двѣ сажени, три фута, и сверьхъ того четыре дюйма. Равнымъ образомъ и части, или мѣры другой какой ни будь данной линѣи снимаются съ Геометрическаго маштаба.

ЗАДАЧА XV.

§. 105. *Найти двухъ мѣстъ разстоянїе АВ, котораго, за препятствїемъ посрединѣ находящимся, вымѣрять не можно.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Воткни колъ на какомъ ни будь третьемъ мѣстѣ С, и оттуда вымѣрявъ разстояніе АС, перенеси оное назадъ въ тойже прямой линѣѣ въ Е; потомъ вымѣряй разстояніе средняго кола отъ другой крайней точки СВ, и перенеси оное также назадъ въ D, и въ Е и D воткни по колу, такимъ образомъ линѣя DЕ будетъ равна искомому разстоянію АВ. ф. 49.
2. Ежели, для продолженія назадъ линѣй АС и СВ, не достаетъ мѣста: то перенеси хотя нѣсколькую ихъ часть, на пр. половинную, третью и проч. и будетъ умѣщаться между крайними ихъ точками подобная нѣсколькая часть разстоянія, то есть FG.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ первомъ случаѣ, $\triangle$ АСВ = СDЕ, для равныхъ угловъ, которые при верьху С находятся (§. 48.), и для равныхъ двухъ боковъ; слѣдовательно DЕ = АВ (§. 49). Во второмъ же случаѣ, для подобной пропорціи нѣсколькихъ частей, служитъ слѣдующая пропорція СF: СD = СG: СЕ; слѣдовательно FG параллельна съ основаніемъ DЕ (§. 91.), и треугольники СFG и СDЕ суть подобные, и потому имѣетъ мѣсто слѣдующая пропорція СF: СD = FG: DЕ, или АВ. Ч. н. д.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ф. 50. 1. Поставь столикъ (§. 33.) на какомъ ни будь третьемъ мѣстѣ C, изъ котораго бы можно было видѣть обѣ крайнія точки измѣряемой линѣи

2. Воткнувъ наономъ шпильку, приложи къ ней линѣйку съ діоптрами, и къ L и M проведи линѣи.

3. Вымѣряй разстоянія CL и CM, и по Геометрическому маштабу возьми подобныя мѣры (§. 104), и изъ C перенеси оныя на линѣи проведенныя на столикѣ; потомъ проведи линѣю *no*, и вымѣряй оную по томужъ маштабу, и будетъ извѣстна величина линѣи LM.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже по маштабу взятыя части *no* и *co* пропорціональны бокамъ LC и CM; то *no* параллельна съ озноваіемъ (§. 91.), и меньшій треугольникъ подобенъ большому (§. 92.), и бокъ *no*, по маштабу взятый, равенъ искомому боку LM.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Ежели помощію Астролябіи, то есть цѣлаго круга, или полукружія, вымѣряется уголъ C, и саженью будутъ опредѣлены бока, замыкающіе оный уголъ: то, помощію полукружія и Геометрическаго маштаба, можетъ составленъ быть треугольникъ подобный большому. То есть, помощію полукружія, дѣлается уголъ такойже величины, а по маштабу подобныя найденныхъ боковъ (§. 41.) линѣи къ томужъ

мужѣ углу принаравливаются (§. 104.), что сдѣлавъ, третья сего треугольника линѣя будетъ показывать искомое разстояніе.

ЗАДАЧА XVI.

§. 106. *Найти разстояніе двухъ мѣстъ* AB, *изъ которыхъ къ одному только* B *подойти можно.* Ф. 51.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Возьми по изволенію третье мѣсто C около крайней точки B, и онаго разстояніе отъ B, то есть, BC перенеси въ прямой линѣѣ въ BD, и въ C и D воткни по колу такъ, чтобъ видѣть и различать оные можно было.

2. На прямой линѣѣ AC, воткни другой колъ E, и онаго разстояніе отъ средняго кола, то есть, BE перенеси, наблюдая прямую линѣю, въ F.

3. Потомъ подвигайся назадъ, и ищи точку G, изъ которой бы колья F и D, и двѣ крайнія точки A и B казались въ прямой линѣѣ, тамъ будетъ GB = AB.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

△EBC = △BFD, по причинѣ равныхъ угловъ, при верьху находящихся, и двухъ боковъ съ обѣихъ сторонъ равныхъ (§. 59); слѣдовательно уголъ C = D. Чего ради и △ABC = △BDG; понеже углы при верьху; B (§ 48.), и прочіе два при C и D суть равные, и BC = BD (§. 60.); слѣдовательно AB = BG. Ч. н. д.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ф. 52. 1. Поставь столикъ въ крайней точкѣ B, къ которой подойти можно, и сверьхъ того выбери другое мѣсто C для второй станціи.

2. Воткнувъ шпильку на столикѣ въ точкѣ *i*, которая надъ крайнею точкою B находится, смотри въ діоптры, на линѣйкѣ утвержденныя, къ точкамъ A и C, и къ онымъ на столикѣ проведи линѣи.

3. Вымѣряй саженью линѣю BC, и мѣру ея, по машштабу взятую, перенеси на линѣю, которая на столикѣ къ другой станціи проведена, въ *i*C.

4. Потомъ перенеси столикъ, и поставь его въ крайней точкѣ другой станціи C такимъ образомъ, чтобъ линѣя C*i* простиралась къ крайней точкѣ B, которую линѣйка съ діоптрами показываетъ.

5. Наблюдая то же положеніе столика, смотри въ діоптры къ другой крайней точкѣ A, и замѣть прежней линѣи, которая на столикѣ въ первой станціи поставленномъ изъ B къ A проведенна была, перерѣзъ въ *m*: то будетъ *mi* = AB. Понеже явствуетъ изъ предыдущихъ, что треугольники C*im* и CAB суть подобные; слѣдовательно и разстояніе *mi*, взятое по машштабу, равно линѣѣ AB.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Точно сходствуетъ съ показаннымъ въ предыдущей задачѣ. Понеже изъ двухъ угловъ C и B, Геніометрическимъ инструментомъ

томъ вымѣрянныхъ и одного даннаго бо́ка CB, принявъ въ помощь Геометрическій машшабъ, можно сдѣлать треугольникъ C*mi* подобный большому ABC (§. 92.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 107. Явствуетъ притомъ, что по сей задачѣ можно найти широту какой рѣки.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 108. Ежели въ первомъ рѣшеніи за тѣснотою цѣлыхъ линѣй BC и BE далѣе B перенести не возможно: то довольно, естьли нѣсколькія только части тѣхъ линѣй въ BH и BI взяты будутъ; ибо такимъ образомъ подобная часть BK бо́ка BG = AB находится. См. пред, задачу и §. 92.

ЗАДАЧА XVII.

§. 109. *Найти разстояніе двухъ мѣстъ* AB, *изъ которыхъ ни къ одному подойти не возможно.* Ф. 53.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Ежели колья и сажень въ помощь для измѣренія приняты будутъ: то предыдущая задача дважды повторена быть должна, чрезъ которую найдутся линѣи AC = CL и CB = CK, и сдѣлавъ то, по причинѣ равныхъ угловъ, при вурьху C находящихся, будетъ △ABC = △CKL, и AB = KL (§. 59.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Принявъ въ помощь столикъ, выбери двѣ станціи D и C, и въ первой, подлѣ линѣйки съ діоптрами, и на точки B, A, D наведенной, проведи линѣи. Ф. 54.
2. Потомъ вымѣрявъ разстояніе CD, возьми оное по машшабу въ *oe*, и поставивъ столикъ подлѣ точки D и проведши линѣю

нѣю *oe* къ первой станціи, изъ *o* къ A и B проведи другія линѣи, и гдѣ оныя будутъ пересѣкать линѣи, которыя въ первой станціи проведены были, тамъ всю оную фигуру ABCD представятъ въ маломъ видѣ, и опредѣлится разстояніе AB = *rn*, которое по томужъ маштабу вымѣрять надлежитъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже △ *roe* = △ ADC, по причинѣ общихъ угловъ при *o* и *e* находящихся, и *oe* = DC по положенію, сверьхъ того △ *one* = △ BDC по тойже причинѣ (§. 60.); слѣдовательно △ *rne* = △ ABC (§. 59.), и линѣя *rn* = AB.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

По Гоніометрическому инструменту сыщи углы при *o* и *e* находящіеся, и линѣю *oe* возьми по маштабу, такимъ образомъ малые треугольники *roe*, *one* и *rne* подобные большимъ треугольникамъ ADC, BDC и ABC (или лучше, по причинѣ равенства меньшихъ боковъ по маштабу вымѣрянныхъ, и большихъ саженью равнымъ образомъ опредѣленныхъ равные) составленны быть могутъ, что сдѣлавъ, будетъ извѣстна линѣя *rn* = AB.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 110. Геодезисту при рѣшеніи такихъ задачъ должно наблюдать то, чтобъ не очень малыя разстоянія станцій принимаемы были, и столико отъ положенія горизонтальнаго, а колья отъ положенія вертикальнаго не уклонялись. Ибо обѣ такія погрѣш-

грѣшности въ практикѣ помѣшательство и измѣреніе сумнительнымъ обыкновенно дѣлаютъ.

ЗАДАЧА XVIII.

§. 111. *Вымѣрять высоты.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Ф. 51.

Случай 1. Ежели къ высотѣ подойти можно: то Возьми два кола DE и FH, изъ которыхъ бы первый былъ вышиною въ пять, а другій въ восемь, или девять футовъ Меньшій колъ воткни въ какомъ ни будь мѣстѣ и къ нему приложи глазъ. Потомъ большій колъ поставь перпендикулярно подлѣ меньшаго въ FH такъ, чтобъ приложеннымъ глазомъ къ точкѣ D можно было усмотрѣть въ одной прямой линѣѣ верьхнія точки F и A большаго бока и измѣряемаго перпендикула. Что сдѣлавъ, вымѣряй какъ разстояніе DB меньшаго кола отъ перпендикула измѣряемой высоты, такъ разстояніе DG и разность кольевъ FG. И понеже $\triangle DGF \backsim \triangle DAB$, по причинѣ общаго угла D и прямаго G равнаго прямомужъ B (§. 85 и 95.): то будетъ слѣдующая пропорція:

$$DG : GF = DB : BA$$

въ которой, когда три первые члена даны, и третій будетъ извѣстенъ, хотя въ числахъ (§. 115. Ариѳ.), или въ линѣяхъ (§. 97.) пожелаешь рѣшить задачу. Наконецъ, естьли къ линѣѣ AB придастся $BC = DE$ (§. 77.), будетъ извѣстна вся высота AC.

Случай

Случай 2. Ежели къ высотѣ подойти не можно. Найди сперьва разстояніе СЕ (§. 106.), и далѣе поступай такъ, какъ въ первомъ случаѣ показано.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ф. 56. Помощію столика. *Случай 1. Ежели къ высотѣ подойти можно:* то поставивъ столикъ въ С, утверди его въ вертикальномъ положеніи, и къ шпилькѣ воткнутой въ С приложивъ линѣйку съ діоптрами, означь горизонтальную линѣю *c b*, потомъ поворотивъ діоптры въ верьхъ А, проведи линѣю *c a*; послѣ того вымѣрявъ линѣю С В, перенеси оную по маштабу въ *c b*, и изъ точки *b* возставь перпендикулярную линѣю *ab* = А В (§. 60.)

Ф. 57. *Случай 2. Ежели къ высотѣ подойти не можно:* то найди сперьва или разстояніе какой ни будь станціи отъ перпендикула, и далѣе поступай такъ, какъ въ предыдущемъ рѣшеніи показано, или выбери два мѣста для станцій въ N и M, и на столикѣ, въ первой станціи N утвержденномъ, проведи линѣю къ верьху А и горизонтальную *o r*, и вымѣрявъ разстояніе станцій MN, назначь оное по маштабу на линѣѣ *o r*; потомъ поставивъ столикъ въ M и приложивъ діоптры къ точкѣ *r*, смотри опять къ верьху А, и проведи линѣю *r k*, которая пересѣчетъ первую въ точкѣ *k*, откуда опусти перпендикулъ *kl* = AL. Такимъ образомъ подобные треугольники *o r k* и *k l r* произойдутъ,

дутъ, или лучше, по причинѣ подобнаго числа мѣръ въ обоихъ случаяхъ, приличествующихъ линѣямъ, будутъ равные треугольники AMN, и ALM (§. 60.); слѣдовательно $kl = AL$.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Какимъ образомъ, въ разсужденіи обоихъ случаевъ, помощію круга, или полукружія съ находящимися при немъ діоптрами сыскавъ два угла и знавъ линѣю станцій, можетъ сдѣланъ быть, помощію Геометрическаго маштаба, малый треугольникъ, который бы точно былъ подобный большому и показывалъ искомый перпендикулъ, о томъ примѣрами въ предыдущихъ задачахъ ясно показано было.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 112. *Уголъ при центрѣ* (Angulus ad centrum) есть, котораго бока соединяются въ центрѣ круга; *уголъ при окружности* (angulus ad peripheriam) есть, котораго бока смыкаются въ точкѣ окружности.

ТЕОРЕМА XVI.

§. 113. *Уголъ при центрѣ* BCD *есть вдвое больше угла при окружности* BAD, *когда бока обоихъ угловъ состоятъ на одной и тойже дугѣ окружности.* Ф. 58.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Случай 1. Когда одинъ бокъ угла при окружности проходитъ чрезъ центръ, а другій внѣ центра находится: то, поколику

лику въ равнобедренномъ треугольникѣ ACD (§ 20.) углы при основанiи A и D равны между собою (§. 64.), и внѣшнiй уголъ DCB = A + D (§ 86.), которые поколику также равны между собою: то уголъ при центрѣ DCB есть вдвое больше угла при окружности DAB.

Ф. 59. *Случай* 2. Когда оба бока угла при окружности внѣ центра будутъ расположены такъ, что одинъ бокъ съ одной, а другiй съ другой стороны центра будетъ поставленъ: то, преведши изъ верьху угла при окружности чрезъ центръ линѣю ACE, произойдетъ вдвое первый случай. То есть, $x = 2n$, $y = 2r$ по первому случаю; слѣдовательно также $x + y = 2n + 2r$ § 25. Ариө.), или уголъ BCD есть вдвое больше угла BAD.

Ф. 60. *Случай* 3. Когда оба бока угла при окружности съ одной стороны центра находятся: то будетъ $y + x = 2r + 2n$ по первому случаю. На $x = 2n$ потомужъ первому случаю; слѣдовательно $y = 2r$ (§. 26. Ариө.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

Ф. 61. §. 114. Углы при окружности A и B, которыхъ бока состоятъ на одной дугѣ, или на равныхъ, равны между собою; понеже оныи суть половинные равныхъ угловъ при центрѣ (§. 30. Ариө.). Углы жъ при окружности, которые состоятъ на неравныхъ дугахъ, суть между собою не равные, и изъ оныхъ тотъ уголъ есть большiй, который противополагается большей дугѣ, а тотъ меньшiй, который противополагается меньшей дугѣ.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 115. Мѣра угла при окружности есть половинная дуга той окружности, на которой состоятъ бока угла.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 116. Чего ради уголъ въ полукружіи А, котораго бока состоятъ на поперешникѣ, есть прямый. И начертивъ полукружіе, многіе прямые углы въ ономъ удобно составляются. Изъ чего можно также научиться и тому, какъ повѣрять наугольникъ, который сдѣланъ мастеромъ. Ф. 62.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 117. Уголъ при окружности, котораго бока стоятъ на бóльшей дугѣ, нежели полукружіе, есть тупый, или больше прямаго; а который противополагается мѣньшей дугѣ, нежели полукружіе, есть острый, или меньше прямаго.

ЗАДАЧА XIX.

§. 118. *Возставить перпендикулярную линѣю на концѣ А другой линѣи.* Ф. 63.

РѢШЕНІЕ.

1. Надъ данною линѣею взявъ въ какомъ нибудь мѣстѣ центръ С, изъ онаго опиши кругъ чрезъ крайнюю точку А, на которой надлежитъ возставить перпендикулярную линѣю.
2. Изъ другой точки В, которую кругъ, пересѣкая туже линѣю, означаетъ, чрезъ центръ проведши поперешникъ BCD, изъ D къ А опусти искомый перпендикулъ. то уголъ DAB будетъ прямый (§. 116.), какій и заключается между перпендикулярными линѣями (§. 34.).

ЗАДАЧА XX.

§. 119. *Найти среднюю пропорціональную линѣю между двумя прямыми линѣями.* Ф. 64.

РѢШЕНІЕ.

1. Данныя прямыя линѣи АВ и ВС соедини и на соединенной линѣѣ АВС опиши полкруга.

2. Потомъ изъ точки соединенія В воставь перпендикулярную линѣю BD, которая будетъ искомая средняя пропорціональная линѣя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Треугольники ADC, ABD и BDC суть равноугольные и между собою подобные (§. 93.). Понеже прямый уголъ r равенъ углу, состоящему въ полукружіи ADC (§. 116.), и углы s и o суть общіе какъ большому, такъ и меньшимъ двумъ треугольникамъ; изъ чего слѣдуетъ, что всѣ углы суть равные (§. 85.); слѣдовательно служитъ здѣсь такая пропорція (§. 92.), AB : BD = BD : BC, и BD есть средняя пропорціональная линѣя между двумя данными (§. 111. Ариѳ.). Ч. н. с. и д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 120. Слѣдовательно всѣ линѣи, отъ точекъ окружности на поперешникъ перпендикулярно проведенныя, суть средніе пропорціональныя линѣи между отрѣзками того поперешника.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 121. И понеже △ADC есть всегда прямоугольный: то видно, что перпендикуларная линѣя, которая изъ прямаго угла опускается на ипотенузу, раздѣляетъ треугольникъ на два другіе прямоугольные треугольника, между собою и цѣлому подобные.

ЗАДАЧА XXI.

§. 122. *Найти двѣ средніе непрерывно*
Ф. 65. *пропорціональныя линѣи между двумя прямыми линѣями* AB *и* AC.

РѢШЕНІЕ.

1. Соедини AB и AC подъ прямыми углами и сдѣлай четвеработную и прямоугольную фигуру ABCD.

2.

2. Проведи въ сей фигурѣ поперешнини CB и AD, и продолжи линѣи AB и AC.
3. Потомъ къ углу D приложи линѣйку, и одну ножку циркула поставивъ въ центрѣ фигуры G, другую ножку онаго раствори до точекъ E и F, и линѣйку до тѣхъ поръ туда и сюда подвигай, пока линѣи GE и GF не будутъ равныя. Что сдѣлавъ, будетъ EC первая, а BF другая искомая пропорціональная линѣя.

Доказательства для сего рѣшенія изъ показанныхъ до сихъ мѣстъ Геометрическихъ основаній вывести не можно; ибо, хотя и справедлива слѣдующая пропорція CD: EC = BF: BD (§. 92.); однако сверьхъ того должно показать, что тѣ только частицы EC и BF суть среднія непрерывно пропорціональныя линѣи между данными, которыхъ крайнія точки опредѣляются равными линѣями GE и GF, изъ центра параллелограмма проведенными. См. Штурм. *Матем. изъясн.* стран. 308.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 123. Способъ сей Механическій изобрѣлъ Геронъ, по свидѣтельству Евтоціеву, въ *Коммент. къ Архимед. о Шарѣ и Цилиндрѣ*, стран. 15. на которомъ мѣстѣ онъ же многія другія для тойже задачи рѣшенія, отъ древнихъ Математиковъ разумно вымышленныя, объявляетъ; нынѣшнягожъ вѣка изобрѣтенія, которыя принадлежатъ къ сей задачѣ, вездѣ преподаются писателями Аналитики. См. Слуз. *Месолабъ* (Mesolabum). Но понеже о механическомъ рѣшеніи теперь упомянуто; того ради за благоразсуждается упомянуть здѣсь о томъ, такъ то сіе

 рѣше-

рѣшеніе разнствуетъ отъ Геометрическаго. То есть *рѣшеніе задачи Геометрическое* есть то, которое въ силу ясныхъ и не сомнительныхъ Геометрическихъ началъ дѣлается такъ что всѣ обстоятельства, для рѣшенія задачи, должны быть извѣстны. *Механическоежъ* (ἀπο τῆς μηχανῆς) отъ инструмента названное) дѣлается помощію инструмента, котораго употребленіе бываетъ иногда ложное и сомнительное. На пр. въ предложенномъ выше сего примѣрѣ, линѣйку къ верьху угла D приложенную до тѣхъ поръ туда и сюда должно подвигать, пока точки E и F не будутъ равно отстоять отъ центра фигуры G, чего получить не можно, развѣ чрезъ частые опыты и перемѣны положенія инструмента См. Невтон. *предупѣд. начал.* Философ. Матем.

ТЕОРЕМА XVII.

§. 124. *Равныя дуги въ томже кругѣ противополагаются равнымъ хордамъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ф. 66. Пусть будутъ равныя дуги AGB и BFC подъ коими проведенныя хорды DB и BC будутъ равны между собою; понеже, ежели отъ крайнихъ ихъ точекъ къ центру D проведутся полупоперешники, будетъ △ ADB = △ BDC, поколику равныя дуги противополагаются равнымъ угламъ при центрѣ (§ 9), и полупоперешники тогожъ одного круга, или бока AD, DB и DC также суть равны между собою (§. 19.); слѣдовательно AB = BC (§. 56.). Ч. и. Д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 125. Когдажъ дуги суть неравныя: то и хорды ихъ не равны, то есть, большая хорда большей дугѣ, а меньшая меньшей противополагается.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 126. И понеже извѣстно, что всякїй треугольникъ можетъ написанъ быть въ кругѣ (§. 68), и ежели положимъ, что то уже сдѣлано: то всѣ углы въ треугольникѣ будутъ состоять при окружности, изъ которыхъ тѣ углы суть вдвое больше, которые при центрѣ противополагаются тѣмже дугамъ (§. 113.). Чего ради меньшїй треугольника уголъ C меньшей дугѣ AEB, а большїй уголъ A большей дугѣ BFC противополагается. Но большїй бокъ большой дуги, а меньшїй бокъ меньшей дуги есть хорда: то слѣдуетъ, что въ треугольникѣ большїй уголъ большему боку, а меньшїй меньшему противополагается. Ф. 67

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 127. Сверхъ того изъ сихъ происходитъ другая истинна, о которой уже упомянуто (§. 61.). То есть, въ двухъ треугольникахъ, которые имѣютъ всѣ три бока равные, будутъ и всѣ углы равны между собою. Ибо, написавъ треугольникъ въ кругѣ, равныя хорды будутъ соотвѣтствовать равнымъ дугамъ, которыя опредѣляютъ равные углы при центрѣ и при окружности (§. 113.), или углы равные въ треугольникѣ.

ТЕОРЕМА XVIII.

§. 128. Поперешникъ круга есть изъ всѣхъ хордъ, которыя въ томже кругѣ проведены быть могутъ, самая большая хорда. Ф. 68.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Хотя другая какая ни будь линѣя, на пр. DE, очень близко къ поперешнику AB проведется; токмо она будетъ меньше поперешника. Ибо проведши полупоперешники DC и CE, въ $\triangle DCE$ будетъ $DE < DC + CE$ (§. 10.), и понеже $DC + CE = AB$: то будетъ $DE < AB$. Ч. н. д.

ЗАДАЧА XXII.

§. 129. *Данъ поперешникъ круга, сыскать окружность; и обратно, знаяъ окружность, найти поперешникъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Какъ уже, тщаніемъ нѣкоторыхъ остроумнѣйшихъ Геометровъ, пропорціи поперешника и окружности довольно совершенныя найдены: то и мы до тѣхъ поръ будемъ употреблять оныя, пока ниже сего въ плоской Тригонометріи не будетъ случая находить и доказывать такую жъ пропорцію. То есть, поперешникъ содержится къ окружности

По Архимед. какъ 7 : 22
— Луд. Цейлен. какъ 100 : 314
— Адр. Мец. какъ 113 : 355.

И такъ по данному поперешнику какого ни будь круга самая окружность, подобною пропорціею опредѣленная, находится чрезъ тройное правило (§. 115. Ариө.). На пр. пусть будетъ поперешникъ круга 2°, 5′, 6″: то окружность онаго найдется чрезъ слѣдующія пропорціи:

$$7 : 22 = 256 : 804\tfrac{4}{7}$$
$$100 : 314 = 256 : 803\tfrac{21}{25}$$
$$113 : 355 = 256 : 804\tfrac{28}{113}$$

2. Обратно, знавъ окружность, поперешникъ найдется такимъ образомъ:

$$22 : 7 = 804\tfrac{4}{7} : 256,$$ и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 130. И понеже такое содержанїе служитъ для всѣхъ круговъ: то явствуетъ изъ того, 1) окружности круговъ содержатся между собою какъ ихъ поперешники,

или полупоперешники; такожъ содержаніе имѣютъ и подобныя дуги разныхъ круговъ (§. 120. Ариѳ.). 2) знавъ всю окружность, частьми прямолинѣйной мѣры опредѣленную, подобнымъ образомъ нѣкоторая ея доля, или дуга, которой число градусовъ извѣстно, опредѣлится чрезъ тройное правило,

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 131. Содержаніе поперешника къ окружности первый изобрѣлъ Архимедъ, котораго и теперь еще есть въ свѣтѣ книжка, которую онъ называлъ Κύκλου μέτρησις. Онъ же на сей конецъ принялъ правильныя многоугольныя фигуры, одну написанную въ кругѣ, а другую около круга, и обѣ состоящія изъ 96 боковъ, и вычисливъ прямолинѣйное окруженіе обѣихъ фигуръ, для средняго круга показанную теперь пропорцію къ поперешнику нашелъ и показалъ, что въ окружности содержится поперешникъ меньше, нежели $3 + \frac{1}{7}$, а больше нежели $3 + \frac{10}{71}$. Потомки жъ его тоже самое болѣе исправили, и содержаніе обѣихъ линѣй чрезъ большія числа обстоятельнѣе опредѣлили. О чемъ ниже сего въ Тригонометріи нѣкоторымъ примѣромъ изъяснено будетъ (§. 54. Триг. пл.). Впрочемъ между всѣми пропорціями, которыя состоятъ изъ малыхъ чиселъ, имѣетъ преимущество Меціева, потому что она есть средняя между Архимедовою и Цейленовою; и какъ Цейленъ содержаніе поперешника къ окружности чрезъ знаки, или числа XXXVI. изобразилъ: то Мецій пропорцію семи первыхъ чиселъ чрезъ оныя малыя числа 113 : 355 нашелъ слѣдующимъ образомъ: 113 : 355 = 10000000 : 31415916. Ибо Цейленъ находитъ четвертое сей пропорціи число = 31415926. См: Лудолф. Цейлен. Гильдеск. кн. о кругѣ, которая произошла на Нидерландскомъ языкѣ въ Дельфахъ 1596. год. въ листъ, при томъ Таквет. Теор. выбран. изъ Архимед. предл. 6.

ГЕОМЕТРІЯ

ГЛАВА ВТОРАЯ

ЕПИПЕДОМЕТРІЯ,

или

о

ИЗМѢРЕНІИ ПОВЕРЬХНОСТЕЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXV.

§. 132.

Поверьхность (superficies) есть такая величина, которая простирается въ длину и ширину, ограничивается линѣями и никакой толщины не имѣетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVI.

§. 133. *Поверьхность* есть или *плоская* (superficies plana), которая простирается на плоскости и ограничивается прямыми линѣями, или *кривая* (curua), которую ограничиваютъ кривыя линѣи.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 134. Происхожденіе поверьхности можетъ изъяснено быть, ежели представимъ, что прямая, или кривая линѣя движется такъ, какъ другая линѣя проведена, и своего движенія слѣды вездѣ оставляетъ: то прямая линѣя, такимъ образомъ движущаяся, поверьхность плоскую, а кривая кривую производитъ.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVII.

§. 135. Поверьхности плоскія суть, или *троебочныя* (trilaterae), или *четверобочныя* (quadrilaterae), или *многобочныя* (plurium laterum, siue polygonae). О троебочныхъ поверьхностяхъ и ихъ различіи въ предыдущей главѣ говорено было (§. 49 и слѣд.). Четверобочныяжъ поверьхности вопервыхъ суть *параллелограммы* (parallelogramma), которые имѣютъ по-два противоположенные бокà параллельные; и таковыхъ параллелограммовъ суть четыре слѣдующіе вида:

1. *Квадратъ* (quadratum) есть поверьхность плоская, имѣющая четыре бóка равные и четыре угла прямые. Ф. 69.

2. *Продолговатый четыреугольникъ* (rectangulum) есть, который имѣетъ два только каждые противоположенные бокà параллельные равные и четыре угла прямые. Ф. 70.

3. *Ромбъ* (rhombus) есть фигура четверобочная, имѣющая четыре бокá равные, токмо углы косые. Ф. 71.

4. *Ромбоидъ* (rhomboides) есть фигура четверобочная, имѣющая противоположенные бокà параллельные и равные, токмо углы косые. Ф. 72.

Сверьхъ параллелограммовъ суть также фигуры четверобочныя, *трапеціями* (trapezia) называемыя, которыя ни угловъ, ни боковъ равныхъ не имѣютъ. Ф. 73.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ. XXVIII.

§. 136. *Линѣею діагональною* (linea diagonalis), также *поперешникомъ* (diameter) называется прямая линѣя EG, или FH, кото- Ф. 70.

рая въ четыреугольныхъ фигурахъ отъ одного угла къ другому противоположенному проводится.

ЗАДАЧА XXIII

§. 137. *Начертить четиеробочныя фигуры.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 69. 1. *Для Квадрата.* На основаніи BC воставь перпендикулярную линѣю AB = BC, и туже линѣю взявъ циркулемъ, сдѣлай оною изъ C и A разрѣзы, которые бы взаимно пересѣкали себя въ D, и потомъ проведи линѣи AD и DC.

Ф. 70. 2. *Для продолгопатаго четыреугольника.* Соединивъ линѣи FG и EF подъ прямымъ угломъ, сдѣлай равнымъ образомъ разрѣзы изъ E раствореніемъ FG, а изъ G раствореніемъ EF, и проведи линѣи EH и HG.

Ф. 71. 3. *Для ромба.* Соедини равныя линѣи AB и BC подъ даннымъ косымъ угломъ и одинакимъ раствореніемъ изъ A и C сдѣлай разрѣзы въ D и проведи линѣи AD и DC.

4. *Для ромбоида.* Соедини линѣи FH и EF подъ даннымъ косымъ угломъ, и изъ E раствореніемъ FH, а изъ H раствореніемъ FE, сдѣлай разрѣзы въ G, и оную точку съ крайними E и H соедини прямыми линѣями.

Ф. 73. 5. *Трапецій* состоитъ изъ двухъ треугольниковъ IKL и LKM, слѣдовательно, когда будутъ даны бока трапеція и діагональная линѣя LK, два оные треугольника составлены быть могутъ (§. 54.). Истинна всего сего явствуетъ изъ §. 135.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIX.

§. 138. *Многоугольниками* (polygona) называются тѣ фигуры, которыя больше угловъ и боковъ имѣютъ, нежели четыре. Суть, или *правильные* (regularia), которые имѣютъ всѣ углы и всѣ бока̀ равные; или *неправильные* (irregularia), въ которыхъ и углы и бока̀ величиною различествуютъ; наименованіежъ имѣютъ отъ числа̀ угловъ. На пр. *пятіугольникъ* (pentagonum) изъ пяти; *шестіугольникъ* (hexagonum) изъ шести; *семіугольникъ* (heptagonum) изъ семи; *посьміугольникъ* (octagonum) изъ восьми; *девятіугольникъ* (enneagonum) изъ девяти; *десятіугольникъ* (decagonum) изъ десяти угловъ состоитъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§. 139. *Уголъ при центрѣ* (angulus centri) въ многоугольникѣ есть EDF, который заключается между полупоперешниками, изъ крайнихъ точекъ бо́ка многоугольника, къ центру проведенными. *Уголъ многоугольника* (angulus polygoni) есть BAC, который между самыми боками многоугольника, къ окружности проведенными, содержится. Ф. 74.

ЗАДАЧА XXIV.

§. 140. *Начертить правильный шестіугольникъ, когда данъ бокъ его.* Ф. 74.

РѢШЕНІЕ.

Бокомъ шестіугольника, такъ какъ полупоперешникомъ, опиши кругъ, и на окружность его шесть разъ перенеси полупоперешникъ, и точки раздѣленія окружности соедини прямыми линѣями, такимъ обра-

образомъ составится правильный шестiугольникъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже проведши полупоперешники изъ центра D къ боку многоугольника, будетъ △ DEF равносторонный, и уголъ EDF есть 60 градусовъ (§. 82.). Но 60 есть шестая часть окружности, или 360 градусовъ; слѣдовательно дуга противоположенная углу D есть шестая часть окружности, и самая хорда онаго составляетъ бокъ правильнаго шестiугольника. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 141. Такимъ образомъ знавъ, какъ начертить шестiугольникъ, будетъ извѣстно составленiе и двенатцатiугольника, который состоитъ изъ XII. боковъ, или другаго всякаго правильнаго многоугольника, который отъ безпрерывнаго раздѣленiя на двѣ части дугъ шестiугольника происходитъ (§. 67.).

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 142. Кромѣ сего удобнѣйшаго черченiя шестiугольника, и другихъ нѣкоторыхъ правильныхъ многоугольниковъ Геометрическое составленiе изобрѣли художники. Но понеже оное изъ показанныхъ до сихъ мѣстъ Геометрическихъ начальныхъ основанiй доказано быть не можетъ; того ради надлежитъ теперь оставить оное. О правильномъ пятiугольникѣ упоминаетъ Эвклидъ въ Элемен. кн IV. предл. 11. и слѣд. другое описанiе тогожъ пятiугольника показываетъ Птоломей слож. велич. кн. I. гл. 9. О пятнатцатiугольникѣ жъ изъясняетъ Эвклидъ кн IV предл., 16; а всеобщаго способа, для составленiя всякихъ правильныхъ фигуръ, еще не найдено. Хотя Карлъ Гепалдинъ о рѣшенiи и состав. Мат. кн. 2.
Ф. 75. стран. 367. и слѣд. и похваляетъ сiе правило: 1. поперешникъ круга раздѣли на столько частей, сколько боковъ будетъ имѣть многоугольная

фигура,

фигура. 2. потомъ наономъ поперешникѣ АВ сдѣлай равносторонный треугольникъ АВС (§. 55) и 3, изъ верьху его С чрезъ крайнюю точку D второй части поперешника, (то есть, чтобъ BD было равно двумъ частямъ изъ тѣхъ, на которыя раздѣленъ поперешникъ) проведи прямую линѣю до самой окружности въ Е. и думаетъ онъ, что такимъ образомъ найдется дуга ЕВ. и подъ нею проведенная хорда будетъ бокъ требуемаго многоугольника, который потомъ для раздѣленія всей окружности принятъ быть можетъ. Однакожъ, какъ раздѣленіе поперешника Механическимъ образомъ дѣлать должно, и практика и доказательство показываютъ, что сей способъ ни подъ какимъ видомъ за Геометрическій, а особливо, за всеобщій Механическій принятъ быть не можетъ: то явствуетъ, что напрасно оный похваляетъ Ренальдинъ См. слав. Вагнера. Диссер о екзам. Матем. Ренал. издан въ Гельмштадѣ 1700. год. Впрочемъ, понеже черченіе правильныхъ многоугольниковъ во многихъ случаяхъ нужно бываетъ, два генеральные механическіе способа здѣсь предлагаются.

ЗАДАЧА XXV.

§. 143. *Начертить Механически всякій правильный многоугольникъ, когда данъ полупоперешникъ круга, въ которомъ оный многоугольникъ написать должно.*

РѢШЕНІЕ.

1. По данному полупоперешнику начерченную окружность круга раздѣли на четыре части, прямыми перпендикулярными линѣями въ центрѣ взаимно пересѣкающимися (§ 38.). ф. 76.
2. Четвертую часть круга раздѣли циркулемъ на столько равныхъ частей, сколько боковъ многоугольная фигура имѣть будетъ.

3.

3. Изъ оныхъ частей взятыя четыре части составятъ дугу, боку многоугольника такъ какъ хордѣ соотвѣтствующую, помощію которой вся окружность раздѣлена, и, проведши хорды, многоугольникъ описанъ быть можетъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда для четверти круга столько частей опредѣляется, сколько боковъ имѣть будетъ многоугольникъ, и сіи вчетверо взятыя составляютъ число всѣхъ подобныхъ частей, которыя въ цѣлой окружности содержатся. Но извѣстно изъ умноженія и дѣленія Ариѳметическаго, что раздѣливъ произведеніе на одно изъ множимыхъ между собою чиселъ, происходитъ изъ того другое множимое число (§. 66. и слѣд. Ариѳ.); того ради раздѣливъ оное число на четыре, будетъ извѣстно число частей одной четверти круга, которое, какъ уже объявлено, равно числу боковъ многоугольника; слѣдовательно хорда такихъ четырехъ частей есть искомый бокъ многоугольника. На пр. для семіугольника, четверть круга DB имѣетъ 7 частей, а вся окружность 28, которыя раздѣливъ на 4, опять выходитъ 7, для числа боковъ фигуры, которую должно написать въ кругѣ.

ЗАДАЧА XXVI.

§. 144. *Найти величину угла всякаго правильнаго многоугольника.*

РѢШЕНІЕ.

1. Число градусовъ всей окружности 360 раздѣли на число боковъ.

2.

2. Найденное такимЪ образомЪ частное число вычти изЪ суммы двухЪ прямыхЪ угловЪ, то есть, изЪ 180 градусовЪ, остатокЪ покажетЪ величину угла правильнаго многоугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ЧрезЪ раздѣленіе 360 градусовЪ на число боковЪ, находится дуга BC, и противоположенный ей уголЪ при центрѣ A, который вычтя изЪ 180 градусовЪ, вЪ треугольникѣ ABC останутся два прочіе угла, что при основаніи $x + y$ (§. 79.). Но какЪ $\triangle ABC = \triangle ACD$ (§. 127): то будетЪ $y = n$; слѣдовательно $x + y = y + n$ (§. 23. Ариѳ.), которые составляютЪ многоугольника уголЪ BCD. ПоложимЪ, что надлежитЪ найти уголЪ правильнаго пятіугольника: то раздѣливЪ 360 на 5, произойдутЪ 72 град. для угла при центрѣ, которые изЪ 180 град. вычтя, останутся 108 град. для угла пятіугольника. ТакимжеобразомЪ и слѣдующія величины угловЪ при центрѣ и многоугольника сыскиваны.

многоугол.	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
угул. при цент.	72	60	$51\frac{3}{7}$	45	40	36	$32\frac{8}{11}$	30
угол. многоуго.	108	120	$128\frac{4}{7}$	135	140	144	$147\frac{3}{11}$	150

ЗАДАЧА XXVII.

§. 145. *По данному боку всякаго правильнаго многоугольника, начертить оный механическимЪ образомЪ.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 77. При обѣихъ крайнихъ точкахъ даннаго бо́ка ВС сдѣлай углы, которые бы равны были половинѣ найденнаго угла многоугольника (§. 41.), и чрезъ проведенныя линѣи АВ и АС, на основаніи ВС означь равнобедренный треугольникъ (§. 64.), изъ центражъ А, полупоперешникомъ АВ, описавъ кругъ, на окружность его перенеси бокъ многоугольника ВС. Сіи правила явствуютъ изъ того, что объ углѣ при центрѣ и многоугольника выше сего сказано.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 146. Ежели будетъ угодно нѣсколько разъ брать весь уголъ многоугольника и принаравливать къ нему данный бокъ; то такожъ дѣйствіе воспослѣдуетъ, токмо практика сія труднѣе, и чрезъ повтореніе тогожъ одного угла удобно дѣлается погрѣшность.

ЗАДАЧА XXVIII.

§. 147. *Написать въ кругѣ начерченный уже правильный многоугольникъ.*

РѢШЕНІЕ.

Два бока̀ многоугольника раздѣли на̀ - двѣ части прямыми перпендикулярными линѣями (§. 39.), и гдѣ онѣ, будучи продолжены, соединится, тамъ будетъ центръ круга, который надлежитъ описать около того многоугольника (§. 70.).

ЗАДАЧА XXIX.

§. 148. *Найти сумму угловъ пра̀вильнаго многоугольника.*

РѢШЕНІЕ.

Число боковъ фигуры умножь на 180, изъ произведенія вычти 360, остатокъ будетъ сумма всѣхъ угловъ многоугольника.

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже треугольники, на которые правильная фигура, полупоперешниками изъ центра проведенными къ крайнимъ точкамъ боковъ, раздѣляется, равны между собою (§. 127.), и каждый изъ нихъ содержитъ въ себѣ два прямые угла = 180 град. (§. 79.); слѣдовательно, вычтя углы при верьху ихъ, или при центрѣ A находящіеся, которые равняются 360 град. (§. 46.), останутся многоугольника углы B, C, D, E, F. Ф. 77.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 149 Таже сумма выходитъ, ежели число градусовъ угла многоугольника будетъ умножено на число боковъ.

ТЕОРЕМА XIX.

§. 150. Треугольныя поверьхности ABC и αβγ, въ которыхъ или 1) одинъ уголъ равенъ одному углу и два бока равны двумъ бокамъ; или 2) два угла равны двумъ угламъ и одинъ бокъ равенъ одному боку; или 3) всѣ три бока равные находятся, точно равны между собою. Ф. 78. 79

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже выше сего (§. 59. 60. 61. 127.) о такихъ треугольникахъ объявлено, что они сходствуютъ между собою, ежели будутъ сравнены; чего ради и поверьхности ихъ сходствовать и за равныя почтены быть должны. Ч. и. д.

ТЕОРЕМА XX.

§. 151. *Всякой параллелограммъ діа-*
Ф. 70. *гональною линѣею EG раздѣляется на два равные треугольника.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Бокъ EH = FG, и EF = HG; (§. 135.), линѣяжъ EG есть обоимъ треугольникамъ общая; слѣдовательно △EHG = △EFG (150. нум. 3.) Ч. и. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 152. Чего ради всякой плоской треугольникъ можетъ принятъ быть за половину такого параллелограмма, который съ тѣмъ треугольникомъ равное основаніе и высоту имѣетъ.

ТЕОРЕМА XXI.

§. 153. *Треугольники ABC и BCD,*
Ф. 80. *которые имѣютъ, или одинакое основаніе, или равныя, и одну перпендикулярную высоту; или, что все равно, которые состоятъ между тѣмижъ параллельными линѣями, равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведши линѣю AED съ основаніемъ BC параллельную, и продолживъ основаніе BC до F, и изъ C и F воставивъ перпендикулярныя линѣи, составятся три параллелограмма: самый большій AF, средній AC, и самый меньшій EF, изъ которыхъ два послѣдніе содержатся въ первомъ. Но △ABC есть половина параллелограмма AC и △DCF половина параллелограмма EF, наконецъ

конецъ $\triangle BCD + \triangle DCF$ есть половина самаго большаго параллелограмма AF (§. 151.). Но половины частей составляютъ половину цѣлаго (§. 29. Ариѳ.); того ради $\triangle BDC + \triangle CDF = \triangle ABC + \triangle CDF$, и отъ равныхъ суммъ отнявъ по равной долѣ, то есть, по $\triangle CDF$, останутся равныя, $\triangle BDC = \triangle ABC$ (§. 26. Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 154. Чего ради два параллелограмма A и B, имѣющіе одно, или равное основаніе, и одну высоту, равны между собою; понеже они суть вдвое больше треугольниковъ (§. 152. и 31 Ариф.). Ф. 81.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 155. Треугольникъ же, съ параллелограммомъ имѣющій равное основаніе и высоту, есть половина того параллелограмма (§. 152.). Ф. 81.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 156. И понеже фигура косая треугольная и четыреугольная B, гораздо бо́льшее окруженіе имѣетъ, нежели фигура въ прямомъ положеніи поставленная A, и имѣющая съ нею равное основаніе и высоту: то слѣдуетъ, что о площади такихъ фигуръ и ея пропорціи, изъ сравненія ихъ окружностей, разсуждать не можно. Чего ради и о широтѣ городовъ, изъ ихъ окруженія, ничего опредѣлить не можно.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXI.

§. 157. *Измѣреніе поверьхностей* (Dimensio superficierum) дѣлается, когда квадратная поверьхность опредѣленной величины сравнивается съ большою площадью, и опредѣляется, сколько сія оную въ себѣ содержитъ (§ §. 4. предувѣд.). Такая практика *τετραγωνισμός*, или *квадратура фигуръ* (Quadratura figurarum) называется.

ЗАДАЧА XXX.

§. 158. *Вымѣрять площадь продолговатаго четыреугольника.* Ф. 82.

РѢШЕНІЕ.

1. Смѣряй основанїе BD, принявъ въ помощь нѣкоторую Геометрическую мѣру длины, о которой выше сего (§. 11.) сказано, и будетъ извѣстно, сколько малыхъ квадратовъ, которыхъ бокъ равенъ принятой мѣрѣ, могутъ состоять на основанїи.

2. Потомъ смѣряй высоту AB, и найденное на оной высотѣ подобныхъ мѣръ число покажетъ, сколько разъ рядъ квадратовъ, на основанїи поставленныхъ, для высоты повторенъ быть можетъ. Чего ради сїе число мѣръ высоты умножь на подобное число основанїя, произведенїе покажетъ число квадратовъ, сколько вся площадь продолговатаго четыреугольника имѣетъ. На пр $AB = 5^{\circ}$, $BD = 8^{\circ}$: то будетъ площадь $ABCD = 40$ квадрат. сажен.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

Ф. 21. §. 159. Площадь квадрата находится, умноживъ данное число бока само на себя, понеже фигура его есть прямоугольная и равнобочная (§. 135.),

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 160. Понеже мѣра длины, каждая на десять частей раздѣленная отъ Геометровъ принимается (§. 11.); того ради квадратная сажень 100 футовъ квадратныхъ, квадратный футъ 100 дюймовъ квадратныхъ, а квадратный дюймъ 100 квадратныхъ линѣй въ себѣ содержитъ

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 161. Чего ради Геометрическїя мѣры поверьхностей имѣютъ сотенное содержанїе, понеже требуется сто малыхъ квадратовъ, чтобъ изъ нихъ одинъ цѣлый, или квадратъ ближайше большаго сорта могъ составленъ быть.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 4.

§. 162. Ежели сумма квадратныхъ линѣй, или дюймовъ, или квадратныхъ футовъ будетъ дана больше, нежели сто: то въ такомъ случаѣ раздѣляется она на

сорты, которые въ себѣ содержитъ, отдѣляя по-два знака отъ правой руки къ лѣвой для каждаго сорта. На пр. дано 126872 квадратныхъ линѣй, сдѣлавъ отдѣленїе, произойдутъ 12′, 68″, 72‴.

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 163. И обратно цѣлое удобно раздѣляется на свои сорты, то есть мѣсто каждаго сорта занимаютъ два нуля. На пр. двѣ квадратныя сажени равняются 200 квадратнымъ футамъ, также 2°, 00′, 00″ двадцати тысячамъ квадратныхъ дюймовъ и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

§. 164. Такимъ образомъ знавъ сїе, удобно можно складывать и вычитать числа, которыя означаютъ разные сорты мѣры плоскостей, только притомъ всегда должно наблюдать сотенное содержанїе. На пр.

8°, 72′, 42″	16, 05′, 94″.
7, 33, 52	7, 33, 52
сумма 16, 05, 94	8, 72, 42 разность.

ПРИБАВЛЕНІЕ 7.

§. 165. Понеже мѣры длины, будучи взаимно умножены сами на себя, производятъ квадраты, и обратно ежели сїи будутъ раздѣлены на оныя, происходятъ изъ того опять мѣры длины (§. 67. Ариѳ.); того ради, когда надлежитъ умножать между собою десятичныя числа; должно сперва привести оныя въ подобные сорты, и потомъ умножать обыкновеннымъ образомъ, и произшедшее изъ того произведенїе раздѣлить на сорты, опредѣляя по-два числа для каждаго сорта отъ правой руки къ лѣвой. Но ежели плоскостныя числа должно будетъ дѣлить на мѣры длины: то и въ такомъ случаѣ надлежитъ также сдѣлать сперва приведенїе въ подобные сорты, а потомъ частное число раздѣлить на свои классы отъ правой руки къ лѣвой, опредѣляя по одному знаку для каждаго сорта. На пр. бокъ 2°, 4′ надлежитъ умножить на 3°, 5′, 6″: то 240 умножь на 356, будетъ произведенїе 8°, 54′, 40″, и обратно, сїе число на 240 раздѣливъ, будетъ частное число 3°, 5′, 6″.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 166. Желающїй упражняться въ Геодезической практикѣ сверхъ того долженъ знать, сколько квадратныхъ саженъ считается для каждой десятины, по обыкновенїю того города, въ которомъ онъ обываетъ. Въ Саксонїи находятся въ

употребленіи двухъ родовъ десятины, *меньшая* которая по Нѣмецки Morgen-*Acker* называется, и состоитъ изъ 300 квадратныхъ саженъ; а большая которая *Hufam* называется (средняго жъ вѣка писатели оную *Mansum* называютъ, о чемъ пространно упоминаетъ Ціеглеръ о имѣн. Церк. гл. 7 §. 34. и слѣд.), содержитъ въ себѣ тритцать меньшихъ десятинъ. См. Беутелъ. Геом. стран. 149. Лейссерово прав. Георгич. кн. 1. гл. 2. Но по обыкновенію разныхъ городовъ различныя величины, какъ меньшихъ такъ и большихъ десятинъ, давно уже опредѣлены. См. Гофманн. пруденц. эконом. книг. 2. гл. 3. §. 57.

ЗАДАЧА XXXI.

§. 167. *Вымѣрять площадь косаго параллелограмма, знавъ основаніе его и вышоту.*

РѢШЕНІЕ.

Умножь основаніе на перпендикулярную высоту, произведеніе будетъ площадь параллелограмма. Ибо прямая площадь равна косой, когда сія съ оною имѣетъ равное основаніе и перпендикулярную высоту (§ 154.)

ЗАДАЧА XXXII.

§. 168. *Вымѣрять площадь всякаго треугольника, когда дано основаніе его и высота.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 84. Понеже треугольникъ есть половина параллелограмма, имѣющаго съ нимъ равное основаніе и высоту (§. 155.); того ради основаніе AB должно умножить на высоту CD, и изъ произведенія взять половину. На пр. $AB = 24$, $CD = 8$: то будетъ $24 \cdot 8 = 192$, и половина того $\triangle ADB = 96$.

ДРУ-

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Умножь основаніе на половину высоты, произойдетъ изъ того половина предыдущаго произведенія, или площадь треугольника. На пр. 24. 4 = 96.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Умножь высоту на половину основанія, и произведеніе изъ того равнымъ образомъ будетъ означать площадь треугольника. На пр. 12. 8 = 96.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 169. Но когда поверьхность треугольника есть изъ всѣхъ первая и самая простая, и почитается за основаніе прочихъ многоугольныхъ фигуръ: то видно, что знавъ квадратуру ея, можно вымѣрять всякія площади, какой бы фигуры оныя ни были.

ЗАДАЧА XXXIII.

§. 170. *Вымѣрять площадь правильнаго многоугольника.*

РѢШЕНІЕ.

Понеже правильной многоугольникъ состоитъ изъ столько равныхъ треугольниковъ, сколько есть боковъ: то одного такого треугольника, когда извѣстно основаніе его и высота, сыскавъ площадь (§. 168.), и умноживъ оную на число боковъ, произведеніе покажетъ всю площадь многоугольника. Ф. 77.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Сумму боковъ правильнаго многоугольника умножь на половину перпендикула AG, который изъ центра фигуры на бокъ многоугольника проведенъ.

ПРИМѢЧАНІЕ

§. 171. Принимается въ семъ рѣшеніи извѣстная, кромѣ бока фигуры, одного треугольника высота, а какимъ образомъ сама она, когда будетъ данъ бокъ и углы треугольника, Геометрическимъ образомъ можетъ найдена быть, о томъ будетъ показано въ Тригонометріи. Тоже должно наблюдать и въ разсужденіи рѣшенія слѣдующихъ нѣкоторыхъ задачь. Когда жъ при фигурѣ уже начерченной будетъ находиться маштабъ Геометрическій, то по оному можно узнавать и величину линѣй (§. 104.).

ЗАДАЧА XXXIV.

§. 172. *Вымѣрять площадь всякаго трапеція.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 85. 1. Раздѣли данный трапецій діагональною линѣею MO на-два треугольника, и на діагональную, такъ какъ на общее основаніе, опусти перпендикулы, половину суммы ихъ умножь на все основаніе, или всю сумму перпендикуловъ умножь на половину основанія, произведеніе покажетъ количество площади (§. 168.).

Ф. 86. 2. Ежели два противоположенные бока трапеція будутъ параллельны: то разстояніе ихъ ED будетъ общая высота двухъ треугольниковъ, произшедшихъ отъ діагональной линѣи. И такъ оная высота, будучи умножена на половину суммы параллельныхъ боковъ AB и CD, покажетъ площадь (§. 168.).

ЗАДАЧА XXXV.

Ф. 87. §. 173. *Вымѣрять площадь всякой неправильной многоугольной фигуры.*

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли всю площадь діагональными линѣями на треугольники А, В, С.
2. Потомъ вымѣряй перпендикулы и основанія тѣхъ треугольниковъ, и найди всѣхъ ихъ поверьхности (§. 168.).
3. Площади всѣхъ треугольниковъ сложи въ одну сумму, которая покажетъ площадь всей многоугольной фигуры.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 174. Дѣлать измѣреніе полей весьма способно можно тогда, какъ фигуры будутъ представлены въ такихъ изображеніяхъ, въ какихъ весь видъ площади ясно предъ глаза полагается. И такъ о исправномъ сочиненіи оныхъ слѣдуетъ теперь говорить.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXII.

§. 175. *Планомъ* (Ichnographia) называется фигура, которая изображеніе всякой плоской поверьхности въ маломъ видѣ, помощію Геометрическаго маштаба начерченное, представляетъ.

ЗАДАЧА XXXVI.

§. 176. *Начертить планъ такой площади, чрезъ которую вездѣ ходить можно.* Ф. 88.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Верьхи угловъ площади означь чрезъ воткнутые перпендикулярные колья такъ, чтобъ оные издали видны были.
2. Около средины оной площади въ О поставь столикъ горизонтально, и къ шпилькѣ, воткнутой въ О, приложи линѣйку съ діоптрами, и ко всѣмъ верьхамъ угловъ проведи линѣи.

3. Вымѣряй длины линѣй А О, В О, и проч. и по маштабу взятыя, перенеси на проведенныя на столикѣ соотвѣтствующія имъ линѣи.

4. Наконецъ крайнія точки сихъ линѣй соедини прямыми линѣями, и такимъ образомъ заключится чертежъ планный и будетъ представлять видъ большей фигуры.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Извѣстно изъ предыдущихъ (§. 105.), что малые треугольники, около точки О находящіеся, большимъ треугольникамъ подобны, понеже они имѣютъ вездѣ углы равные, и бока тѣмъ угламъ противоположенные пропорціональные; слѣдовательно бока *ab*, *bc* и проч. взятые по маштабу, по которому и прочіе измѣряемы были, показываютъ величину боковъ А В, В С и проч.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ежели будетъ угодно чрезъ Астролябію, въ точкѣ *о*, поставленную, вымѣрять углы, около той точки находящіеся, и величины боковъ А *о*, В *о* и проч. опредѣленныя саженью, взять по Геометрическому маштабу и принаровить оныя къ найденнымъ угламъ: то подобная фигура быть можетъ составлена изъ подобныхъ треугольниковъ (§. 62. 105.). Сей способъ для начерченія такой фигуры, которая имѣетъ пространнѣйшую площадь, особливо полезенъ, въ меньшихъ же фигурахъ справедливѣе употребляется столикъ.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Когда площадь фигуры не очень пространная, и не будетъ инструментовъ: то въ такомъ случаѣ надлежитъ вымѣрять данной фигуры діагональныя линѣи *ou* и *rn*, вмѣстѣ съ находящимися на нихъ боками, и по маштабу взять равныя имъ линѣи, и изъ найденныхъ боковъ составить всѣ тѣ треугольники А, В, С, изъ которыхъ состоитъ фигура (§. 54.). Ф. 87.

РѢШЕНІЕ ЧЕТВЕРТОЕ.

Или на данной площади, воткнувъ нѣсколько кольевъ, означь оными діагональную линѣю *odfn*, и діоптры астролябіи приведши къ прямымъ угламъ, найди точки *d*, *f*, *g*, на которыя упадаютъ перпендикулярныя линѣи *dr*, *ef*, *gh*, и какъ сіи, такъ и діагональной линѣи частицы *od*, *df*, *fg*, *gn* вымѣряй; такимъ образомъ, помощію маштаба, начертится подобная фигура.

ЗАДАЧА XXXVII.

§. 177. *Начертить планъ такой площади, чрезъ которую вездѣ ходить не можно.*

Случай первый: *Когда крайнія точки данной фигуры могутъ видны быть изъ двухъ станцій.* Ф. 79.

РѢШЕНІЕ ПЕРОЕ.

1. Поставь столикъ въ первой станціи въ F, и воткнувъ на ономъ шпильку въ *o*, проведи оттуда линѣи, какъ къ другой станціи G, такъ и къ верьхамъ всѣхъ угловъ фигуры.

2.

2. Потомъ вымѣряй разстояніе станцій GF, и по маштабу перенеси оное на линѣю os, а столикъ въ другую станцію G.

3. Въ сей станціи опять проведи къ F линѣю os такъ, чтобъ она была параллельна съ GF, и приложивъ линѣйку къ s, проведи также прямыя линѣи ко всѣмъ крайнимъ точкамъ фигуры, и гдѣ онѣ пересѣкаютъ первыя имъ соотвѣтствующія линѣи, тамъ будутъ крайнія точки требуемаго плана, которыя наконецъ линѣями соединить должно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Сихъ правилъ уже показано (§. 109.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ежели цѣлымъ кругомъ, или полукружіемъ, всѣ углы линѣй, которыя въ o и s соединяются, будутъ опредѣлены, и разстояніе станцій, вымѣрянное саженью, будетъ взято по маштабу: то можетъ составлена быть фигура подобная оной, которую находили чрезъ столикъ.

Случай вторый: *Когда крайнія точки данной фигуры не могутъ видны быть изъ двухъ станцій.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Ф. 90. 1. Въ какомъ ни будь углѣ, на пр. въ А поставь столикъ, и на ономъ взявъ точку, и приложивъ къ ней линѣйку съ діоптрами, къ ближайшимъ угловъ верьхамъ В и Е проведи линѣи, потомъ самыя тѣ линѣи АВ и АЕ вымѣряй, и взявъ величины

личины ихъ по маштабу, перенеси на линѣи, проведенныя на столикѣ.

2. По учиненіи сего, перенеси столикъ въ В, и линѣю прежде въ первой станціи къ тойже точкѣ проведенную опять проведи изъ В въ А, и положивъ линѣйку на крайнюю сей линѣи точку, проведи другую къ С, и вымѣрявъ линѣю ВС, опредѣли по маштабу равную ей на другой соотвѣтствующей линѣѣ.

3. Равнымъ образомъ переноси столикъ въ С, D и Е, и такое дѣйствіе повторяй до тѣхъ поръ, пока послѣдняя линѣя не соединится съ оною, которая въ первой станціи проведена была, и не заключитъ окруженіе фигуры.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По сему способу составляется въ маломъ видѣ фигура точно подобная большей, понеже и углы равные, и бока пропорціональные въ ней находятся (§. 87.). Возмемъ вмѣсто примѣра малый треугольникъ *abc*; онъ будетъ равенъ большому АВС, понеже углы при В и *b* равные, и бока *ab* и *bc* равны бокамъ АВ и ВС, потому что оные, наблюдая подобную пропорцію, опредѣлены по маштабу (§. 59.). Тоже можно доказать и о другихъ треугольникахъ; чего ради не должно сомнѣваться и о подобіи цѣлой фигуры, когда она вездѣ состоитъ изъ подобныхъ частей (§. 29. Ариѳ.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Помощію цѣлаго круга, или полукружія, опредѣли всѣ углы А, В, С, и проч. и

вымѣряй бока: то помощїю полукружїя и машпаба, можетъ начерченъ быть дома малый планъ большей площади.

Компасъ, или коробочка, въ которой магнитная стрѣлка въ срединѣ круга на градусы раздѣленнаго находится и имѣетъ дїоптры (§. 32. нум. 9.), для рѣшенїя сей задачи также употребленъ быть можетъ, понеже помощїю его, склоненїя боковъ фигуры отъ меридїональной линѣи, и притомъ углы, между тѣми боками содержащїеся, скоряе находятся; но употребленїю его справедливѣе самымъ дѣломъ, нежели чрезъ фигуры научиться можно. См. Бїон. фабрик. матем. книг. 4. гл. 7.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 178. Первый способъ, по которому крайнїя точки фигуры опредѣляются изъ двухъ станцїй, служитъ также для топографїй и хорографїй плановъ, или для сочиненїя чертежей земныхъ трактовъ. И естьли которыя мѣста, за препятствїями въ срединѣ ихъ находящимися, не могутъ усмотрѣны быть изъ двухъ станцїй: то точки ихъ дополняются изъ другихъ станцїй, и равнымъ образомъ присовокупляются прочїя ближайшїя мѣста. И такъ, упражняющимся въ такой практикѣ, надлежитъ прилѣжнѣе измѣрять одно только разстоянїе станцїй.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 179. Въ сихъ правилахъ, о которыхъ чрезъ предыдущїя задачи объявлено было, содержится Геометрическое описанїе полей и провинцїй. Между тѣмъ всякъ самъ разумѣетъ то, что мѣста, сверьхъ прочихъ примѣчанїя достойныя, надлежитъ различать пристойными знаками, и внизу фигуръ полагать машпабъ, по которому величины линѣй взяты были. Сверьха того положенїе странъ свѣта, помощїю иголки, магнитомъ натертой, которой

склоненїе

склоненіе ужѐ извѣстно, найденное должно означать. Но какъ о измѣреніи плоскостей, между прямыми линѣями заключающихся, довольно ужѐ говорено: то остается только изъяснить раздѣленіе оныхъ.

ЗАДАЧА XXXVIII.

§. 180. *Раздѣлить параллелограммъ на двѣ равныя части изъ какой ни будь точки, на пр. изъ E.* Ф. 91.

РѢШЕНІЕ.

Проведи діагональныя линѣи AD и CB, и чрезъ точку *o*, въ которой онѣ пересѣкаются, проведи прямую линѣю EF, которая раздѣлитъ параллелограммъ на двѣ части AFCE = FBED.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Удобно явствуетъ, что съ обѣихъ сторонъ линѣи EF находятся треугольники точно равные, 1 = *n*, 2 = *r*, 3 = *m*, изъ которыхъ, такъ какъ изъ частей, обѣ половины составляются. Ибо то, что 1 = *n*, явствуетъ оттуда, понеже углы вертикальные при *o* равны (§. 48.), и прочіе въ A, B, C, D находящіеся, такъ какъ алтерни, также равны между собою (§. 84.), и AC = BD (§. 135.); того ради 1 = *n* (§. 60.). Равнымъ образомъ доказывается равенство прочихъ треугольниковъ 2 = *r*, 3 = *m*. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 181. Явствуетъ при томъ и сіе, что точка *o*, въ которой діагональныя линѣи пересѣкаются, состоитъ въ срединѣ параллелограмма, и почитается за центръ фигуры, въ которомъ изъ всякой точки проведенная поперечная линѣя EF раздѣляется на двѣ части.

ЗАДАЧА XXXIX.

§. 182. *Дана площадь и основанie треугольника, найти перпендикулярную его высоту.*

РѢШЕНIЕ.

Раздѣли данную площадь треугольника на половину основанiя, частное число покажетъ искомую высоту (§. 168.).

ЗАДАЧА XL.

§. 183. *Раздѣлить трапецiй на двѣ равныя части.*

РѢШЕНIЕ.

Ф. 92. 1. Найди сперьва площадь такой фигуры (§. 172.), и нашедши оную, раздѣли на двѣ равныя части.

2. Половинную часть сравни съ однимъ большимъ треугольникомъ ABC, который отъ разрѣза дiагональной линѣи происходитъ въ трапецiи, и его разность отъ сего трапецiя найди чрезъ вычитанiе.

3. Найденную разность возьми за площадь треугольника, котораго основанiе есть CB. И такъ, знавши площадь и основанiе треугольника, найди высоту его по (§. 182.), и по наугольнику возставь оную на основанiи, подлѣ котораго ни будь угла B, или C, и проведи линѣю B*n*, такимъ образомъ треугольникъ B*n*C будетъ показывать разность между треугольникомъ ABC и половиною трапецiя; слѣдовательно, вычетши сiю разность изъ большаго треугольника ABC, и придавъ оную къ меньшему треугольнику BCD, сдѣлается то, что линѣею B*n* вся фигура раздѣлится на двѣ равныя части.

ПРИВА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 184. Такимже образомъ можно раздѣлить трапецїи на многїя равныя части.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 185. И въ многоугольныхъ неправильныхъ фигурахъ части, какъ равныя, такъ и неравныя, въ силу данной пропорцїи, могутъ опредѣлены быть, когда количество площади, въ числахъ изображенное, будетъ извѣстно. Понеже треугольники, означающїе разность, до тѣхъ поръ складываются, или вычитаются изъ трапецїй, или треугольниковъ, на которые фигура дїагональными линѣями раздѣлена, пока всякая частица не сравнится съ данною величиною.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 186. Но для раздѣелнія, увеличиванія и уменьшенія плоскостей, Геометрія подаетъ многія другія истинны, изъ которыхъ главнѣйшія теперь предложены будутъ.

ТЕОРЕМА XXII.

§. 187. Треугольники и параллелограммы имѣютъ сложенное содержаніе основаній и высотъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже площадь треугольника производится, когда основаніе его будетъ умножено на половину высоты (§. 168.), и площадь параллелограмма происходитъ изъ умноженія основанія его на высоту (§. 158. 167.). Но какъ содержаніе сложенное называется, когда произведеніе предыдущихъ и послѣдующихъ принимается, и съ содержаніемъ предыдущаго къ послѣдующему сравнивается (§. 86. Ариѳ.); Того ради, ежели числа основаній и высотъ будутъ взяты за пропорціональные члены, площади треугольни-

ковъ и параллелограммовъ имѣютъ сложенное содержаніе основаній и высотъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 188. Слѣдовательно, ежели такія фигуры имѣютъ равную высоту, площади ихъ содержатся между собою такъ, какъ основанія; а ежели основанія ихъ равны: то оныя содержатся между собою, какъ высоты. Понеже содержаніе не перемѣняется, когда въономъ оба члена будутъ умножены на одно число (§. 119. Ариѳ.).

ЗАДАЧА XLI.

§. 189. *Раздѣлить треугольники и параллелограммы на нѣсколько равныхъ частей.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 93. 94. Раздѣли основаніе на столько равныхъ частей, сколько будетъ имѣть площадь треугольника, или параллелограмма, и въ параллелограммахъ съ боками параллельныя, а въ треугольникахъ соединяющіяся въ верьху линѣи, проведи; такимъ образомъ, въ разсужденіи обоихъ случаевъ, найдутся требуемыя части (§. 188.).

ТЕОРЕМА XXIII.

§. 190. *Въ подобныхъ треугольникахъ и параллелограммахъ высоты ихъ пропорціональны сходственнымъ бокамъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ф. 95. 96. Опусти перпендикулы ae и AE, понеже $\triangle abc \backsim \triangle ABC$: то будетъ уголъ $b = B$ (§. 93.), и $e = E$, поколику суть оба прямые; слѣдовательно уголъ $a = A$ (§. 85.), и въ равноугольныхъ треугольникахъ имѣетъ

мѣсто

мѣсто слѣдующая пропорція, $ab:ae = AB:AE$, или чрезъ членъ, $ab:AB = ae:AE$ (§. 12. Ариѳ.), и для тойже причины, $ac:AC = ae:AE = bc:BC$. Въ подобныхъ же параллелограммахъ ac и AC, которые составляются изъ двухъ подобныхъ треугольниковъ (§. 152.), тоже всеконечно должно служить (§. 113. нум. 2. Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 191. Изъ сей и предыдущей теоремы явствуетъ, что подобные треугольники и параллелограммы имѣютъ удвоенное содержанїе сходственныхъ боковъ, или высотъ, то есть, содержатся между собою, какъ квадраты сходственныхъ боковъ (§. 86. 152. Ариѳ. и §. 159. Геом.). Пусть будетъ высота $ae = 2$, основанїе $bc = 3$, также $AE:BC = 8:12 = 2:3$ (§. 84. 120. Ариѳ.): то, когда площади такихъ фигуръ имѣютъ сложенное содержанїе основанїй и высотъ (§ 187.), и сложенное содержанїе дѣлается изъ умноженїя предыдущихъ и послѣдующихъ пропорцїональныхъ чиселъ (§. 86. Ариѳ.), будетъ (понеже $2:3 = 2:3$) содержанїе сложенное удвоенное $4:9$, какое имѣютъ двѣ площади $6:72$, и квадраты сходственныхъ боковъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 192. Тоже должно разумѣть и о многоугольныхъ подобныхъ фигурахъ, которыя составляются изъ подобныхъ треугольниковъ (§. 113. нум. 3. Ариѳ.).

ТЕОРЕМА XXIV.

§. 193. Во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ квадратъ Ипотенузы равняется двумъ квадратамъ прочихъ боковъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

На бокахъ такого треугольника сдѣлай квадраты I. II. III. (§. 137.), и изъ прямаго угла треугольника ABC къ Ипотенузѣ проведи перпендикулярную линѣю ALI, кото- Ф. 97

рая квадратъ ипотенузы раздѣлитъ на два продолговатые четыреугольника BI и LK, и будетъ доказано, что продолговатый четыреугольникъ BI = квадрату DB, а продолговатый четыреугольникъ LK = квадрату FC. Ибо проведши линѣи EC, AH, BG, AK, сдѣлается △ EBC = △ ABH, понеже они имѣютъ два бока равные, то есть AB = EB, и BC = BH, и уголъ EBC = ABH, для того что оба изъ прямаго угла квадрата, и средняго общаго ABC составляются (§. 28. Ариѳ.); слѣдовательно и цѣлые такіе треугольники равны между собою (§. 59.). Равнымъ образомъ доказывается, что △ BCG = △ ACK. Но понеже △ EBC есть половина меньшаго квадрата DB (§. 155.), и △ ABH есть также половина продолговатаго четыреугольника BI (§. 155.); того ради □ DB = продолговатому четыреугольнику BI (§. 31. Ариѳ.). Также △ BCG = $\frac{1}{2}$ □ FC, и △ ACK = $\frac{1}{2}$ LK (§. 155.); слѣдовательно □ FC = продолговатому четыреугольнику LK, и квадраты I + II = □ III. Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ

§. 194. Сія теорема найденная Пиѳагоромъ, *Пиѳагоропою*, и для великой своей пользы, которую она въ наукѣ о величинахъ подаетъ, *Магистромъ Математики* (Magister Matheseos), и теоремою достойною *ста половъ* (hecatombe), называется. Витрувій IX. 2. пишетъ, что Пиѳагоръ нашелъ тогда сію истинну, когда уразумѣлъ, что прямоугольный треугольникъ составляется изъ того, когда три бока имѣютъ содержаніе слѣдующихъ чиселъ 3. 4. 5. потому что двухъ первыхъ боковъ квадраты 9 + 16 равняются третьяго бока квадра-

ту 25. Почему, изъ соединенія трехъ подобныхъ линѣекъ, *наугольникъ* весьма исправно и удобно дѣлается. См. Прокл. Коммен. къ Эвкл. кн. IV.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 195. Ежели квадраты меньшихъ боковъ въ прямоугольномъ треугольникѣ опредѣлятся числами (§. 159.), и изъ суммы ихъ будетъ извлеченъ квадратный радиксъ: то произойдетъ изъ того бокъ ипотенузы (§. 154. Ариѳ.). Но понеже разность между квадратомъ ипотенузы и квадратомъ одного бока показываетъ квадратъ другаго бока: то извлекши изъ него радиксъ, будетъ извѣстенъ третій бокъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 196. Надлежитъ здѣсь включить примѣры не соизмѣримыхъ количествъ, которыя въ линѣяхъ, а не въ числахъ представлены быть могутъ (§. 14. 155. Ариѳ.). То есть діагональная линѣя квадрата BG есть не соизмѣримая боку квадрата. Понеже □ BL + □ LG = □ BG (§. 193.), и когда каждый бокъ и квадратъ его, будетъ единица: то сдѣлается □ BG = 2, изъ котораго числа не можетъ извлеченъ быть квадратный радиксъ (§. 154. Ариѳ.), и потому діагональная линѣя BG не имѣетъ содержанія къ боку квадрата, какъ число къ числу, или есть не соизмѣримая боку; и какъ діагональной линѣи, такъ и того бока общей мѣры не находится. Ф. 99.

Также въ тойже фигурѣ, ежели линѣи FG и GK, между которыми средняя пропорціональная есть LG (§. 120.), будутъ имѣть содержаніе такихъ чиселъ, между которыми средняго пропорціональнаго числа не находится, на пр. 3 : 2: то будетъ продолговатый четыреугольникъ FGHI, или произведеніе изъ боковъ 6. (§. 158.) равно квадрату средней пропорціональной линѣи LG. Но понеже изъ произведенія, то есть, изъ числа шести не можно извлечь квадратнаго радикса: то и линѣя LG есть не соизмѣримая линѣямъ FG, и GK. Пространнѣе сей доводъ изъясняютъ Парді. основ. Геом. кн. VII. Лами. въ основ. о матем. кн. 6. Впрочемъ

 примѣ-

примѣромъ удивительной сей несоизмѣримости нѣкоторыхъ линѣй, Геометры доказываютъ раздѣленіе величины въ безконечность. См. Барров. лекц. 1. матем. стран. 18. Доводы на тотъ конецъ отъ *Асимптотъ* (ab asymptotis) выведенные, разсужденіе *Конхоиды* (conchoidis), и *Иперболы* (hyperbolis) покажетъ.

ЗАДАЧА XLII.

§. 197. *Сдѣлать Геометрическимъ образомъ такой квадратъ, который бы равенъ былъ двумъ даннымъ квадратамъ.*

РѢШЕНІЕ.

Соедини бока данныхъ двухъ квадратовъ подъ прямыми углами, и сдѣлай треугольникъ прямоугольный, на Ипотенузѣ его поставленый квадратъ будетъ равенъ двумъ квадратамъ прочихъ боковъ (§. 193.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 198. Равнымъ образомъ можетъ сдѣланъ быть одинъ квадратъ равный многимъ квадратамъ.

ЗАДАЧА XLIII.

§. 199. *Сдѣлать продолговатый четыреугольникъ равный треугольнику.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 98. Взявши половину основанія треугольника и перпендикулярную его высоту, сдѣлай продолговатый четыреугольникъ ED (§. 137.), который будетъ равенъ площади △ ABC.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже продолговатый четыреугольникъ, естьли бы съ треугольниковъ имѣлъ одинакое основаніе и высоту, былъ бы вдвое больше треугольника (§. 155.); слѣдовательно половина его, то есть, продолговатый четы-

четыреугольникъ ED = △ABC (§. 188.) Ч. н. д.

Задача XLIV.

§. 200. *Сдѣлать квадратъ равный треугольнику.* Ф. 99.

РѢШЕНІЕ.

Преврати △ABC въ продолговатый четыреугольникъ ED (§. 199.), потомъ между двумя боками сего продолговатаго четыреугольника найди среднюю пропорціональную линѣю LG (§. 119.): то будетъ квадратъ ея MG = △ABC.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже какъ въ числахъ, такъ и въ линѣяхъ, когда будутъ даны три количества непрерывно пропорціональныя, произведеніе крйнихъ равняется квадрату средняго (§. 111. Арио.); слѣдовательно продолговатый четыреугольникъ FL = FG. GK (§. 158.) = □LG (§. 119. 159.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 201. И понеже треугольникъ есть фигура изъ всѣхъ первая и самая простая: то видно, что и другимъ многоугольнымъ фигурамъ, которыя составляются изъ треугольниковъ, равный квадратъ сдѣланъ быть можетъ.

ТЕОРЕМА XXV.

§. 202. *Площадь круга равняется такому треугольнику, который основаніемъ имѣетъ окружность, протянутую въ прямой линѣѣ, а высоту равную полупоперешнику.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Выше сего объявлено было, что въ кругѣ могутъ написаны быть правильные много- Фиг. 100.

угольники (§. 144. и слѣд.). Положимъ, что въ кругѣ написанъ шестіугольникъ: то видно, что бока его много еще отъ окружности круга отстоятъ. Но ежели на двѣ части раздѣлишь дугу того круга (§. 67.), и напишешь въ немъ двенатцатіугольникъ: то бока его ближше будутъ подходить къ дугамъ круга, и естьли продолжая далѣе раздѣленіе тѣхъ дугъ на двѣ части, будешь писать въ кругѣ многоугольники, имѣющіе по 24, по 48, и больше боковъ: то оные гораздо уже ближше будутъ подходить къ окружности дугъ, такъ что на конецъ тѣ дуги, мало, или почти ничего не будутъ разнствовать отъ тѣхъ хордъ. Чего ради окружность круга можетъ сравниться съ многоугольникомъ, имѣющимъ безчисленное число боковъ, которые отъ самыхъ малѣйшихъ дугъ окружности весьма мало различествуютъ. Явствуетъ также и то, что многоугольники составляются изъ равныхъ треугольниковъ, коихъ основанія суть бока того многоугольника, а бедра ихъ въ центрѣ круга соединяются, на пр. ABD, ADE и проч. Но когда основанія такихъ треугольниковъ весьма малыя, такъ что ни мало не разнствуютъ отъ самыхъ малѣйшихъ дугъ окружности: то и высота ихъ можетъ принята быть за равную полупоперешнику, по колику она весьма мало, или почти ничего не различествуетъ отъ ихъ боковъ. И когда изъ многихъ треугольниковъ, имѣющихъ одинакую высоту, составится одинъ такой треугольникъ, который

торый содержитЪ вЪ себѣ основанія всѣхЪ прочихЪ, и имѣетЪ общую сЪ ними высоту (§. 188.): то слѣдуетЪ, что площадь круга BDEF правильно равняется такому треугольнику ABC, коего основаніе равно окружности круга, а высота AB полупоперешнику его. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 203. И такЪ, ежели бы прямая линѣя могла сдѣлана быть равная окружности круга, *квадратура круга* (quadratura circuli) такимже бы образомЪ, какЪ и измѣреніе площади вЪ треугольникѣ. учинена была; то есть полупоперешникЪ, на половину окружности будучи умноженЪ, производилЪ бы площадь круга (§. 168.). положимЪ, что поперешникЪ данЪ 100: то окружность будетЪ 314 (§. 129.); слѣдовательно полупоперешникЪ 50, умноживЪ на половину окружности 157, площадь круга будетЪ 7850.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 204. ИзЪ тогожЪ, о чемЪ ужѐ сказано, что кругЪ можетЪ принять быть за правильный многоугольникЪ, котораго самые малѣйшіе бокѝ ни чего не разнствуютЪ отЪ дугЪ окружности, явствуетЪ, что окружности круговЪ содержатся между собою, какЪ поперешники, или полупоперешники; понеже окруженія подобныхЪ треугольниковЪ, изЪ которыхЪ всякіе правильные многоугольники и также кругЪ, составляются, имѣютЪ содержаніе сходственныхЪ боковЪ. Ибо окружность состоитЪ изЪ суммы всѣхЪ боковЪ, и суммы предыдущихЪ и послѣдующихЪ подобныхЪ пропорціональныхЪ членовЪ содержатся между собою такЪ, какЪ всякой предыдущій кЪ своему послѣдующему (§. 113. Ариѳ.). Тоже явствуетЪ и изЪ §. 129, гдѣ о непрерывной пропорціи поперешника и круга говорено.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 205. Но площади круговЪ имѣютЪ удвоенное содержаніе поперешниковЪ, или полупоперешниковЪ. То есть, содержатся между собою, какЪ квадраты поперешниковЪ, или полупоперешниковЪ. Понеже всѣ подобные треугольники, изЪ которыхЪ площади круговЪ составляются, имѣютЪ удвоенную пропорцію сходственныхЪ боковЪ, или высотЪ (§. 191. и слѣд. 206.).

ТЕО-

ТЕОРЕМА XXVI.

Фиг. 101. §. 206. *Площадь круга, къ квадрату въ немъ написанному* OMPS, *содержится такъ, какъ полоnинная окружность къ поперешнику, и площадь круга къ квадрату поперешника, около круга описанному* LNQR, *содержится такъ, какъ четвертая часть окружности къ поперешнику.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Во первыхъ извѣстно то, что □ въ кругѣ написанный OMPS есть половина □ около круга описаннаго LNQR. Пенеже △ OMP = ½ LONP (§. 155.), и △ OMP = △ OSP (§. 127.); слѣдовательно □ OMPS = продолговатому четыреугольнику LONP, или половинѣ квадрата, около круга описаннаго. Потомъ продолговатый четыреугольникъ изъ полупоперешника MC = LO, на половину окружности OMP, то есть, самая площадь круга (§. 203.) къ продолговатому четыреугольнику OLNP, одинакой высоты, то есть, къ □ въ кругѣ написанному содержится такъ, какъ основанія (§. 188.), то есть, какъ половинная окружность OMP къ поперешнику OP. Чего ради тотже кругъ къ продолговатому четыреугольнику LP, вдвое взятому, то есть къ □ около круга описанному LR содержится такъ, какъ половинная окружность къ двумъ поперешникамъ, или раздѣливъ на двое количества

пропорці-

пропорціональныя (§. 120. Арие.), кругЪ будетЪ содержаться кЪ квадрату поперешника такЪ, какЪ четвертая часть окружности содержится кЪ поперешнику. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 207. Чего для, принявЪ какую ни будь пропорцію окружности кЪ поперешнику, содержаніе площади круга кЪ квадрату поперешника можетЪ изображено быть вЪ числахЪ. То есть. по Архимед. кругЪ кЪ квадрату поперешника содержится, какЪ $5\frac{1}{2}:7=11:14$; по Цейлен. какЪ 785 : 1000; по Мец. какЪ 355 : 452.

ЗАДАЧА XLV,

§. 208. *Найти площадь круга, когда данЪ поперешникЪ его.*

РѢШЕНІЕ.

Число, означающее величину поперешника, умножь само на себя, чтобЪ имѣть квадратЪ его, потомЪ посылай: какЪ 1000 кЪ 785, такЪ данный квадратЪ поперешника кЪ площади круга.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 209. Обратно, знавши площадь круга, для квадрата поперешника посылай, какЪ 785 : 1000, такЪ данная площадь круга кЪ квадрату поперешника.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIII.

§. 210. *СекторЪ круга*, или *вырѣзокЪ изЪ круга* (sector rirculi), называется такая часть площади ACBD, которая между двумя полупоперешниками и находящеюся между ими дугою окружности содержится. Фиг. 102.

ЗАДАЧА XLVI.

§. 211. *Вымѣрять площадь Сектора, когда данЪ полупоперешникЪ и дуга круга, между которою содержится СекторЪ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Дугу, коей число градусовЪ извѣстно, преврати вЪ прямую линѣю, то есть, найди

найди сперьва величину всей окружности (§. 129), и потомЪ посылай: какЪ 360 град. кЪ найденной долготѣ всей окружности, такЪ данное число градусовЪ кЪ долготѣ дуги ADB.

2. На конецЪ умножь половину дуги ADB на полупоперешникЪ AC, произведенiе изЪ того будетЪ площадь Сектора.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже какЪ весь кругЪ равняется такому треугольнику, коего высота есть полупоперешникЪ, а основанiе окружность, вЪ прямой линѣѣ протянутая (§. 202.): то и секторЪ можетЪ принятЪ быть за такой треугольникЪ, коего высота есть полупоперешникЪ, а основанiе дуга ADB, откуда и измѣренiе его явствуетЪ (§. 108.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 212. И часть сектора EFG, которая между хордою EF, и дугою EGF содержится, будетЪ извѣстна, ежели треугольникЪ CEF вычтется изЪ цѣлаго сектора CEGF.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXXIV.

§. 213. *Луначка Иппократа Хiйскаго* (Lunula Hippocratis Chii), (который первый
Фиг. квадратуру ея изобрѣлЪ) есть площадь,
103. которая между дугою полукружiя ADB, и четвертью круга AEB изЪ центра E (который чрезЪ проведенную линѣю CD означается такимЪ образомЪ, чтобЪ была CD=CF) полупоперешникомЪ AF описанною содержится.

ЗАДАЧА XLVII.

§. 214. *Квадровать луначку Иппократову* ADEB.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. Начерти полупоперешникомъ AC полукружіе ADB, потомъ сдѣлай AC = CE, и проведи ипотенузу AF, и ею, такъ какъ полупоперешникомъ, изъ точки F опиши четверть круга AEB.

2. Потомъ изъ извѣстнаго основанія BA и высоты CF, которая есть половинная часть основанія, найди площадь △ABF (§. 168.), которая будетъ равна луначкѣ ADEB.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Квадратъ ипотенузы AF равенъ □AC + □GF (§. 193.); слѣдовательно четвертая часть круга AEBF равна полукружію ADBC. Понеже круги содержатся между собою такъ, какъ квадраты полупоперешниковъ (§. 205.), и кругъ полупоперешникомъ AF описанный есть вдвое больше того круга, который полупоперешникомъ AC описанъ, и четвертая его часть равняется половинѣ сего. Но ежели отъ равныхъ, то есть. отъ четверти круга AEBF, и полукружія ADBC отнимешь общее, въ срединѣ находящееся пространство AECB: то останутся равныя, то есть луначка ADBE = △CABF (§. 26. Ариѳ.); чего ради площадь сего треугольника равна луначкѣ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 215. И такъ ясно можно отсюда разумѣть точную квадратуру частицы площади круговой, хотя никто еще не могъ квадровать цѣлой площади.

ГЛАВА

ГЛАВА ТРЕТІЯ
СТЕРЕОМЕТРІЯ
или
О
ИЗМѢРЕНІИ ТОЛСТОТЫ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.
§. 216.

Толстота (solidum), или *тѣло* (corpus) есть то, что имѣетъ длину, ширину и толщину. Или есть такое протяженіе, которое ограничивается поверьхностьми.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 217. И такъ Геометры описываютъ не Физическое тѣло, но такое пространство, которое занимается физическимъ тѣломъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 218. Способъ изображенія Геометрическаго тѣла изъясняется по большей части тѣмъ, естьли въ умѣ будетъ представлена такая поверьхность, которая движется по протяженію нѣкоторой линѣи.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

§. 219 Классы тѣлъ, смотря по различію поверьхностей, которыми они ограничиваются, пристойнѣе могутъ учреждены быть такимъ образомъ, чтобъ во перьвыхъ разсуждать о тѣхъ тѣлахъ, которыя плоскими поверьхностьми, а потомъ о другихъ, которыя одними выпуклистыми и плоскими ограничиваются.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVII.

§. 220. Къ первому классу принадлежатъ *призьмы* (prismata). Происхожденіе ихъ изъясняется тѣмъ, ежели въ умѣ будетъ представлена поверьхность плоская съ углами, движущаяся по линѣѣ опредѣленной долготы. И такъ треугольникъ AB, опускаясь внизъ по линѣѣ AC, производитъ *треугольную призьму* AD (prisma triangulare). Но параллелограммъ DE, опускаясь по линѣѣ DF, *четыреугольную призьму* (prisma quadrangulare), а пятіугольникъ FG, двигаясь по линѣѣ FH, означаетъ *пятіугольную призьму* (prisma quinquangulum); такимже образомъ производятся и другія многоугольныя призьмы. Оныя призьмы, коихъ всѣ противоположенныя поверьхности параллельны и равны между собою, называются *параллелепипедами* (parallelepipeda), какой есть DEF. Фиг. 104. Фиг. 105. Фиг. 106.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVIII.

§. 221. Ежели квадратъ A будетъ двигаться по линѣѣ, боку его равной: то происходитъ изъ того *кубъ* (cubus), или такое тѣло, которое со всѣхъ сторонъ ограничивается шестьми квадратами. Фиг. 107.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIX.

§. 222. Другой видъ тѣлъ, которыя ограничиваются плоскими поверьхностьми, составляютъ *пирамиды* (pyramides), или такія толстоты, которыя имѣютъ угловатое основаніе, а верьхъ острый; или которыя замыкаются столькими плоскими треугольниками, сколько боковъ имѣетъ основаніе, и смотря по числу угловъ основанія, во особливости Фиг. 108. 109.

 назы-

называются *треугольныя* (triangulares), *четыреугольныя* (quadrangulares) итакъ далѣе.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XL.

§. 223. Поверьхность выпуклистую со
Фиг. всѣхъ сторонъ имѣетъ *шаръ* (sphaera), коего
110. составленіе есть такое, что прямыя линѣи, изъ средняго въ шарѣ центра D, на поверьхность проведенныя DA и DB, суть равны между собою. Шаръ происходитъ изъ того, когда полукружія плоскость ADBC обернется около неподвижнаго поперешника AB.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLI.

§. 224. Поверьхность отъ части выпуклистую, отъ части плоскую имѣетъ *Цилиндръ*
Фиг. (Cylindrus), или такое круглое тѣло, которое
111. происходитъ изъ того, когда прямая линѣя BD около двухъ равныхъ и параллельныхъ круговъ оборачивается до тѣхъ поръ, пока не возвратится къ тому мѣсту, откуда начала двигаться. Или Цилиндръ происходитъ изъ того, когда параллелограммъ CD оборачивается около одного своего неподвижна-
Фиг. го бока CE. Цилиндръ называется *прямый*
112. (rectus) AD, когда ось CE перпендикулярна къ основанію, а *скаленъ* (scalenus), или *косый* (obliquus), когда ось FI наклонена къ основанію.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLII.

§. 225. *Конусъ* (conus) есть такая толстота, которая имѣетъ основаніе круглое, а высоту острую, и происходитъ, когда линѣя AC, однимъ концомъ будучи утвер-
Фиг. ждена въ A, и наклонена къ окружности круга
113. BC, оборачивается около оной до тѣхъ поръ, пока не возвратится къ той точкѣ, откуда начала

чала двигаться. Или когда треугольникъ ADC вкругъ оборачивается около неподвижнаго бока AD. *Прямый конусъ* (rectus conus) есть, когда ось AD будетъ перпендикулярна къ поперешнику круглаго основанія, а *скаленъ* (scalenus) или *косый* (obliquus), когда ось EH наклоняется къ поперешнику основанія. Фиг. 114.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIII.

§. 226. Тѣла суть, или *правильныя* (regularia), которыя со всѣхъ сторонъ ограничиваются правильными и между собою равными фигурами (кои отъ Грековъ *гранями* ἕδρας, то есть *мѣстами*, или *основаніями* (sedes vel bases) называются); или *неправильныя* (irregularia), которыя не имѣютъ такихъ предѣловъ. Правильныхъ тѣлъ есть пять. 1. *Тетраэдръ* (tetraëdrum), то есть *четырегранное тѣло*, или пирамида A, ограниченная четырьмя равносторонными и между собою равными треугольниками. 2. *Кубъ* (cubus), или *Эксаэдръ* (hexaëdrum), то есть, *шестигранное тѣло*, которое ограничивается шестьми равными квадратами. (§. 221.). 3. *Октаэдръ* (octaëdrum), то есть *осьмигранное тѣло*, или двойная четыреугольная пирамида. 4. *Додекаэдръ* (dodecaëdrum), то есть *двенатцатигранное тѣло*, которое замыкается двенатцатьми правильными пятіугольниками. 5. *Икосаэдръ* (Icosaëdrum), то есть *дватцатигранное тѣло*, которое ограничивается дватцатьми равносторонными и между собою равными треугольниками. Фиг. 115. Фиг. 116. Фиг. 117. Фиг. 118.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 227. Понеже правильныя тѣла со всѣхъ сторонъ ограничи-

ничинаются правильными фигурами: то могутъ оныя написаны быть въ кругѣ такъ, что углы ихъ будутъ кончиться на поверьхности шара (§. 147.). И такимъ образомъ въ срединѣ сихъ тѣлъ будетъ находиться центръ Сферической поверьхности.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 228. Ежели отъ угловъ правильныхъ тѣлъ къ центру проведутся прямыя линѣи: то видно, что оныя тѣла составляются изъ такихъ пирамидъ, коихъ основанія суть грани тѣла, а верьхи ихъ соединяются въ центрѣ.

ЗАДАЧА XLVIII.

§. 229. *Изобразить чертежи правильныхъ тѣлъ на толстой бумагѣ.*

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 119. 1. *Для Тетраэдра.* На толстой бумагѣ начерти △ равносторонный ABC, и пересѣкши бока его на двѣ части, раздѣли на другіе подобные и между собою равные четыре треугольника, которые покажутъ грани *Тетраэдра*, коихъ концы согнувъ и слѣпивъ клѣемъ, будетъ готовъ желаемый чертежъ того тѣла.

Фиг. 120. 2. *Для Эксаэдра:* сдѣлай шесть квадратовъ, и соедини оные между собою, какъ фигура показываетъ.

Фиг. 121. 3. *Для Октаэдра.* Соедини восемь равносторонныхъ и равныхъ треугольниковъ такъ, какъ фигура ясно изображаетъ.

Фиг. 122. 4. *Для Додекаэдра.* Начерти сперьва одно правильное пятіугольное основаніе (§. 141.), и около онаго сдѣлай пять подобныхъ и равныхъ пятіугольниковъ. Но сіе короче сдѣлается, когда отъ каждаго угла пятіугольника, чрезъ оба концы противоположеннаго бока будутъ проведены прямыя линѣи, и отрѣжется отъ нихъ величина

много-

многоугольнаго бо́ка. Ибо тогда на концахъ *n* и *m* сихъ боковъ, растворенiемъ бо́ка пятiугольника *n x* и *m x*, сдѣлавъ разрѣзы въ *x*, заключится вся фигура. Равнымъ образомъ описываются прочiе шесть равные пра́вильные пятiугольника.

5. *Для Икасаэдра* жъ какимъ образомъ двантцать равныхъ треугольниковъ соединяются, также чертежъ ясно предъ глаза представляетъ. Фиг. 123.

6 Наконецъ, когда такiя начерченныя фигуры вырѣзываются изъ бумаги, должно наблюдать, чтобъ изъ крайнихъ боковъ одинъ послѣ другаго имѣлъ кромку, на которую бы ближайшiй бокъ положить, и къ ней приклѣить его можно было.

ТЕОРЕМА XXVII.

§. 230. *Пра́вильныхъ тѣлъ есть только пять.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже извѣстно, что углы, находящiеся около одной средней точки, всѣ вмѣстѣ содержатъ 360 градусовъ (§. 46.), и соединяются на плоскости круга около центра; того ради три плоскiе угла, которые составляютъ толстый уголъ пра́вильнаго тѣ́ла, должны содержать въ себѣ меньше, нежели 360 градусовъ. Ибо, въ противномъ случаѣ, соединяющiеся углы не могутъ произвести толстаго угла, или выходящей тѣ́ла остроты Также должны соединяться углы пра́вильныхъ фигуръ,

 ко-

коими помянутыя тѣла ограничиваются. И такъ, когда соединяются три угла равностороннаго треугольника, изъ которыхъ каждый содержитъ въ себѣ по 60 градусовъ (§. 82.), а вся сумма ихъ составляетъ 180 градусовъ, происходитъ изъ того толстый уголъ, какой въ верьху *Тетраэдра* и находится; четырежъ такіе угла соединяются въ *Октаэдрѣ*, и всѣ вмѣстѣ дѣлаютъ 240 градусовъ, а пять въ *Икосаэдрѣ*, и заключаютъ 300 градусовъ; шесть же угловъ, по 60 градусовъ, не могутъ соединиться, понеже они, всѣ вмѣстѣ взятые, составляютъ сумму 360 градусовъ, и перемѣняются въ плоскость. Естьлижъ квадраты, вмѣсто треугольниковъ, будутъ соединяться: то и изъ нихъ можетъ составленъ быть толстый уголъ, потому что въ квадратѣ каждый уголъ по 90 градусовъ, и трехъ такихъ угловъ сумма = 270 градусовъ, какая и находится въ *Эксаэдрѣ*. Но четыре такіе прямые угла содержатъ въ себѣ также 360 градусовъ, и перемѣняются въ плоскость. Наконецъ, понеже пятіугольника уголъ = 108 градусовъ (§. 144.), трижды взятый, дѣлаетъ сумму 324 град. сія сумма градусовъ еще годится для составленія толстаго угла, какая и находится въ *Додекаэдрѣ*. А что прочихъ правильныхъ многоугольниковъ углы не годятся для составленія толстаго угла, сіе явствуетъ изъ тогожъ (§. 144.). Ибо когда въ шестіугольникѣ три угла, вмѣстѣ взятые, равняются 360 градусамъ, сумма трехъ угловъ въ другихъ многоугольникахъ будетъ больше 360 градусовъ. Ч. н. д.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIV.

§. 231. *Мѣра тѣлъ* (mensura corporum) есть кубъ извѣстной величины, коего бокъ бываетъ равенъ саженѣ, футу, дюйму, линѣѣ, или другой какой ни будь опредѣленной долготѣ

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 232. Слѣдовательно тогда только измѣряемъ мы толщину тѣлъ, когда находимъ, сколько разъ малой кубъ содержится въ предложенной какой ни будь толстотѣ (§. 3 и 4. предув.).

ЗАДАЧА XLIX.

§. 233. *Найти толщину куба, когда данъ бокъ его.*

РѢШЕНІЕ.

1. Данной бокъ DC умножь самъ на себя, и произойдетъ квадратъ основанія DB (§ 159.). Фиг. 124.
2. Оный квадратъ опять умножь на данный бокъ, произведеніе покажетъ толщину куба.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Знавши число малыхъ квадратовъ, которые содержатся въ основаніи, будетъ притомъ извѣстно, сколько малыхъ кубовъ можетъ поставлено быть на основаніи. Потомъ, когда въ другомъ умноженіи сей рядъ кубовъ повторяется столько разъ, сколько дозволяетъ высота куба, будетъ извѣстно, сколько малыхъ кубовъ большій кубъ въ себѣ содержитъ; слѣдовательно толщина его найдена. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНЕ. 1.

§. 234. Понеже мѣры Геометровъ раздѣляются на десять частей (§. 11.); того ради всякой кубъ, имѣющей вмѣсто бока линѣю, состоящую изъ 10 частей, содержитъ въ себѣ тысячу кубовъ, коихъ бокъ есть деся-

тая часть линѣи. То есть, кубическая сажень 1000 кубическихъ футовъ, кубическїй футъ 1000 кубическихъ дюймовъ, кубическїй дюймъ 1000 кубическихъ линѣй въ себѣ заключаетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 235. Чего ради въ Стереометрїи пропорцїя мѣръ опять перемѣняется, и дѣлается тысячная, которая въ первой главѣ десятерная, а въ другой сотенная была.

ПРИБАВЛЕНЕ 3.

§. 236. Изъ чего явствуетъ способъ, какъ отдѣлять сорты мѣръ, которые содержитъ въ себѣ данное число. На пр. ежели будутъ даны 2567802 кубическїе дюймы: то отдѣленїе классовъ, или сортовъ дѣлается отъ правой руки, и для каждаго сорта оставляется по три знака, что сдѣлавъ, произойдутъ 2 кубич. саж. 567 куб. фут. 802 куб. дюйм. Изъ чего легко можно разумѣть правила, какъ вычислять толщину тѣлъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 237. Что въ Ариѳметикѣ о кубическихъ числахъ сказано (§. 157. Ариѳ.), что они имѣютъ утроенное содержанїе своихъ родикеовъ, тоже и здѣсь должно разумѣть о толстыхъ кубахъ. То есть, кубы имѣютъ утроенное содержанїе своихъ боковъ.

ЗАДАЧА L.

§. 238. *Найти толщину параллелепипеда.*

РѢШЕНІЕ.

Ежели основанїе будетъ прямоугольное: то площадь его находится, умноживъ длину на ширину (§. 158.); естьлижъ основанїе будетъ параллелограммъ косый: то бокъ длины умножается на перпендикулъ (§. 167.), потомъ площадь основанія умножается на высоту призьмы, произведенїе изъ того покажетъ толщину тѣла, какъ то явствуетъ изъ вышепредложеннаго доказательства предыдущей задачи. На пр. спрашивается толщина призьмы AD. Положимъ, что $DF = 2^{\circ}\ 3'\ 6''$, $EF = 3^{\circ}\ 5'\ 0''$,
Фиг. 125. $BF = 9^{\circ}\ 4'\ 7''$: то произведенїе двухъ пер-

первыхъ множителей $8^{\circ}, 26', 00''$ будетъ вмѣсто основанія, которое, будучи умножено на высоту $BF = 947$, производитъ искомую толщину $78^{\circ}. 222', 200''$.

ТЕОРЕМА XXVIII.

§. 239. Параллелепипедъ AD, чрезъ діагональную плоскость ACED, раздѣляется на двѣ равныя треугольныя призьмы. Фиг. 125.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже параллелограммъ AB, діягональною линѣею AC, раздѣляется на два равные треугольника ABC и AGC (§. 151.). Но такіе треугольники, движеніемъ своимъ по тойже линѣѣ CD, означаютъ треугольныя призьмы ABD и AGE; слѣдовательно онѣ равны между собою (§. 220.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 240. Всякая треугольная призьма есть половина четыреугольной, которая съ оною имѣетъ одинакую высоту и двойное основаніе.

ТЕОРЕМА XXIX.

§. 241. Треугольныя призьмы AF и GE, которыя имѣютъ одинакое, или равное основаніе, и одинакую перпендикулярную высоту, равны между собою. Фиг. 126.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже равные треугольники BFE и EFH (§. 153.), будучи двигнуты по тойже линѣѣ EC, опредѣляютъ равныя простран-

ства, или толстоты, то есть, треугольныя призмы AF и GE (§. 220.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНЕ. 1.

Фиг. 127. §. 242. Тоже служитъ и о четыреугольныхъ призмахъ, кои суть вдвое больше треугольныхъ (§. 31. Ариѳ.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 243. И о всякихъ другихъ многоугольныхъ призмахъ, которыя имѣютъ равныя основанія и одинакую перпендикулярную высоту, тоже разумѣть должно.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 244. И понеже извѣстно, что площадь круга можетъ принята быть за многоугольникъ, состоящій изъ безчисленныхъ боковъ (§. 202.): то можно видѣть, что и цилиндръ состоитъ будто бы изъ безчисленныхъ треугольныхъ призмъ. По чему цилиндры прямые и Фиг. 128. косые C и D, находящіеся на одномъ основаніи, и состоящіе между тѣмижъ параллельными линѣями, равны между собою.

ЗАДАЧА LI.

§. 245. *Вымѣрять призмы всякаго рода, также цилиндры прямые и косые.*

РѢШЕНІЕ.

Площадь основанія, по правиламъ второй главы (§. 158. 167. 208.) найденную, умножь на перпендикулярную высоту призмы, или цилиндра, произведеніе покажетъ искомую толщину (§. 241. и слѣд.).

ТЕОРЕМА XXX.

§. 246. *Треугольники* ONM, *и* onm, Фиг. 129. *которые, въ равномъ разстояніи отъ основанія, происходятъ отъ поперечнаго перерѣза двухъ треугольныхъ пирамидъ, имѣющихъ равныя основанія и высоты, равны между собою.*

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда всѣ бока такихъ треугольниковъ равны между собою: то они составляютъ равные треугольники (§. 127.). А что бока всѣ равны, сіе доказывается такимъ образомъ: возьми во особливости двѣ треугольныя пирамиды поверьхности ABD и *abd*: то, для подобія треугольниковъ, которые происходятъ отъ проведенныхъ линѣй OM и *om*, AR и *ar*, служатъ такія пропорціи (§. 92.): Фиг. 130.

$$AR : AL = BR : OL = RD : LM.$$

и соединивъ предыдущіе и послѣдующіе члены послѣдней пропорціи (§. 113. нум: 2. Ариѳ.), будетъ

$$BR + RD : OL + LM = AR : AL$$

$$\text{или } BD : OM = AR : AL$$

въ другомъ же наклоненномъ треугольникѣ *abd*, для тойже причины (§ 92.), имѣютъ мѣсто такія пропорціи.

$$ar : al = br : lo = dr : lm$$

и взявъ разность предыдущихъ и послѣдующихъ членовъ (§ 113. нум. 2 Ариѳ.), будетъ

$$ar : al = br - dr : lo - lm \text{ те, } bd : mo.$$

Но понеже въ обоихъ случаяхъ высоты AL $= al$, и основанія BD $= bd$ равны между собою: то будетъ и OM $= om$.

Такимже образомъ доказывается равенство линѣй ON и *on*, NM и *nm*. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ

§. 247. Таже Теорема служитъ въ разсужденіи четыреугольныхъ и другихъ многоугольныхъ пирамидъ, которыя имѣютъ равныя основанія и высоты; понеже основанія ихъ на треугольники, а самыя пирамиды на другія подобныя треугольныя раздѣляются.

ТЕО-

ТЕОРЕМА XXXI.

Фиг. 129. §. 248. *Пирамиды, которыя имѣютъ равныя основанія и одинакую перпендикулярную высоту, равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что пирамиды пересѣкаются на весьма тонкіе слои OMN и *omn*, и высота ихъ пусть будетъ весьма малая: то никто не будетъ сомнѣваться о томъ, что изъ одной такой пирамиды можно вырѣзать столькожъ равновысокихъ слоевъ, сколько и изъ другой, по причинѣ одинакой обоихъ тѣлъ высоты. Но когда всѣ такіе слои, которые, для тонкости своей, отъ треугольниковъ ONM и *onm* мало, или ничего не разнствуютъ, равны между собою; слѣдовательно оба такія тѣла изъ равныхъ и равномѣрно многихъ слоевъ, такъ какъ изъ частей, составляются, изъ чего и равенство обоихъ такихъ тѣлъ явствуетъ (§. 29. 31. Ариѳ.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

Фиг. 131. §. 249. Таже истинна касается до конусовъ прямыхъ и косыхъ, имѣющихъ одинакое основаніе и одну туже высоту, потому что они почитаются за составленные изъ безчисленныхъ треугольныхъ пирамидъ; понеже основаніе ихъ состоитъ изъ безчисленныхъ малыхъ треугольниковъ (§. 202.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 250. Доказательство, которое теперь изъяснено, помощію способа нераздѣльныхъ, учинено удобнымъ, о пользѣ котораго во всей Геометріи, какъ авторъ его Бонавентура Кавалерій, въ Геометріи о нераздѣльныхъ, такъ и Дешале матем.

курс

курс. том. II. стран. 101. и слѣд. пространнѣе изъясняютъ. См. Март. Кнорр. *разсужд. о способѣ исчерпаемости и нераздѣльныхъ.*

ТЕОРЕМА XXXII.

§. 251. *Треугольная призьма содержитъ въ себѣ три равныя пирамиды.* Фиг. 132.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже чрезъ линѣи DB, BF и DC, вырѣзываются изъ призьмы три пирамиды BDEF, ACBD и CDFB, изъ которыхъ двѣ первыя равны между собою, поколику имѣютъ равныя основанія (понеже △ABC = △DEF) и одинакую высоту EB = FC. Но пирамида ACBD равна также послѣдней пирамидѣ CDFB, понеже, чрезъ діагональную линѣю CD, проводятся равныя основанія, то есть, △ACD = △CDF, и высота обѣимъ имъ естъ общая; слѣдовательно три такія пирамиды равны между собою (§. 24. Ариѳ.). Сіе доказательство лучше изъяснено быть можетъ чрезъ вещественный образецъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 252. И всякая многоугольная призьма содержитъ въ себѣ толщину трехъ пирамидъ, имѣющихъ равныя основанія и одинакую высоту. Понеже оное тѣло на треугольныя призьмы, а изъ сихъ каждая иа треугольныя пирамиды раздѣлиться можетъ. И какъ каждая часть призьмы есть втрое больше каждой части пирамиды: то и цѣлая призьма, въ разсужденіи цѣлой пирамиды, будетъ втрое больше (§. 119. и слѣд. Ариѳ.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 253. Слѣдовательно цилиндръ есть втрое больше конуса, имѣющаго съ нимъ равное основаніе и одинакую высоту (§. 202. 249.).

ЗАДА-

ЗАДАЧА LII.

§. 254. *Вымѣрять толщину пирамиды и конуса.*

РѢШЕНІЕ.

Круговое основаніе (§. 208.) умножь на высоту, изъ произведенія возьми третью часть (§. 245. 251. и слѣд.), которая покажетъ толщину пирамиды, или конуса. Или, что все равно, умножь основаніе на третью часть высоты, или третью часть основанія на всю высоту.

ЗАДАЧА LIII.

Фиг. 133. §. 255. *Найти толщину безголопаго конуса* AD.

РѢШЕНІЕ.

Когда дана высота тѣла HF = AE, также поперешникъ основанія и верьхняго круга: то.

1. Возьми разность полупоперешниковъ CF — AH = CE, и представь, что высота HF продолжается до тѣхъ поръ, пока въ точкѣ G не соединится съ нею продолженный бокъ AC и не означитъ верьху всего конуса, потомъ.
2. Понеже △ACE ∽ △GCF (§. 92.): то посылай, CE : AE = CF : FG.
3. Сыскавъ цѣлаго конуса высоту FG и поперешникъ основанія, найди толщину его (§. 254.); потомъ, понеже извѣстна малаго недостаточествующаго конуса высота GH и основаніе AB, найди также толщину его, и

4.

4. Наконецъ конусъ GAB вычти изъ цѣлаго конуса GCD, остатокъ покажетъ толщину безголоваго конуса AD.

ЗАДАЧА LIV.

§. 256. *Найти толщину пяти правильныхъ тѣлъ.*

РѢШЕНІЕ.

Измѣреніе *Тетраэрда*, или простой пирамиды, и *Октаэдра*, то есть двойной пирамиды, также куба, или *Эксаэдра*, явствуетъ изъ выше показанныхъ правилъ (§. 233. 254.). О *Додекаэдрѣжъ* и *Икосаэдрѣ* извѣстно то, что они составляются изъ столькихъ пирамидъ, въ срединѣ, такъ какъ въ центрѣ соединяющихся, сколько внѣ имѣютъ граней (§. 228.). И такъ одной такой пирамиды толщина, помощію основанія и высоты, найденная и на число граней умноженная, покажетъ толщину всего тѣла.

ЗАДАЧА LV.

§. 257. *Вымѣрять поверьхности призьмъ, пирамидъ, цилиндровъ и конусовъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Понеже поверьхности призьмъ и пирамидъ суть плоскія, о измѣреніи которыхъ довольно говорено было въ предыдущей главѣ: то и здѣсь упоминать о томъ больше не слѣдуетъ.
2. *Для поверьхности цилиндра.* Окружность основанія (§. 129.) умножь на его бокъ, или на высоту его, къ произведенію придай поверьхности основаній (§. 208.), такимъ образомъ будетъ извѣстна поверьхность цилиндра.

3.

3. *Для поверьхности конуса прямаго.* Половинную окружность основанія умножь на бокЪ конуса, произведеніе покажетЪ площадь, выключая основаніе. Понеже поверьхность прямаго конуса равняется такому сектору, котораго дуга равна окружности основанія вЪ конусѢ, а полупоперешникЪ равенЪ боку тогожЪ конуса (§. 211). См. Таквет. Теор. выбран. изЪ Архимед. пред. 13. Геом. основ. стран. 305. Стурм. изЪясн. матем. стран. 106.

ТЕОРЕМА XXXIII.

§. 258. *Призьмы, цилиндры, пирамиды и конусы имѢютЪ сложенное содержаніе основаній и высотЪ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже толщина помянутыхЪ тѢлЪ находится, умножая основаніе, или на всю высоту, или на третью ея часть; того ради имѢютЪ они сихЪ произведеній, то есть, основаній и высотЪ умноженное, или сложенное содержаніе (§. 86. Ариѳ.) Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 259. Ежели основанїя ихЪ будутЪ равныя: то они содержатся между собою, какЪ высоты; а ежели высоты ихЪ будутЪ равныя: то они содержатся между собою, какЪ основанїя.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

Фиг. 134. §. 260. Чего ради кубЪ кЪ цилиндру вЪ немЪ написанному имѢетЪ такое содержанїе, какое квадратЪ поперешника кЪ кругу. то есть, по Архимд. какЪ 14 : 11, по Цейлен. какЪ 1000 : 785, по Мец. какЪ 452 : 355 (§. 207.).

ТЕО.

ТЕОРЕМА XXXIV.

§. 261. *Подобные параллелепипеды содержатся между собою въ утроенномъ содержанiи сходственныхъ боковъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, для сысканiя толщины параллелепипеда, употребляются три множителя, то есть длина и высота основанiя, и высота всего тѣла (§. 245.). Но какъ сiи множители, когда тѣла суть между собою подобныя, имѣютъ одинакое содержанiе; того ради и самыя толстоты имѣютъ утроенное содержанiе сходственныхъ боковъ (§. 86. Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 262. Тоже должно разумѣть и о треугольныхъ между собою подобныхъ призьмахъ, кои суть половинныя четыреугольныхъ (§. 239.), и о всѣхъ другихъ, которыя составляются изъ треугольныхъ, то есть о многоугольныхъ призьмахъ, и о самыхъ цилиндрахъ (§. 244.).

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 263. Тоже утроенное содержанiе сходственныхъ боковъ или высотъ приличествуетъ пирамидамъ и конусамъ между собою подобнымъ. Понеже пирамиды изъ призьмъ, а конусы изъ цилиндровъ, имѣющихъ одинакое основанiе и высоту, суть третья часть.

ТЕОРЕМА XXXV.

§. 264. *Цилиндръ А къ шару въ немъ написанному В содержится такъ, какъ 3 : 2.* Фиг. 135.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели квадратъ ABCD вмѣстѣ съ написанною въ немъ четвертью круга ACB, и треугольникомъ ABD, обернется около Фиг. 139.

линѣи AB: то отъ обращенія квадрата ABCD цилиндръ (§. 224.), отъ обращенія четверти круга ABC половина шара (§ 223), и отъ обращенія треугольника ABD конусъ (§. 225) произойдутъ и сіи три произшедшія тѣла будутъ имѣть одно основаніе и одну высоту. Для сысканіяжъ между сими тѣлами пропорціи, сравнимъ самыя тоненькія ихъ слои, кои происходятъ отъ разрѣза линѣи EF. Понеже линѣя EF, естьли бы въ трехъ тѣхъ тѣлахъ сдѣлала разрѣзъ параллельный съ основаніемъ, вездѣ бы какъ въ цилиндрѣ, такъ въ половинѣ шара и конусѣ произвела круги. Итакъ пусть будетъ EG вмѣсто полупоперешника разрѣза коническаго, EI вмѣсто полупоперешника разрѣза сферическаго, и EF вмѣсто полупоперешника разрѣза цилиндрическаго; или, понеже EF = BI (§. 19.), пусть будетъ BI вмѣсто полупоперешника разрѣза цилиндрическаго, а EB = EG (§. 92.), вмѣсто полупоперешника разрѣза коническаго. Но когда такіе разрѣзы, такъ какъ круги, имѣютъ такоежъ содержаніе, какое и квадраты ихъ поперешниковъ, или полупоперешниковъ (§. 205.): то, естьли въ прямоугольномъ треугольникѣ EBI изъ квадрата ипотенузы BI вычтется □ EB, останется □ EI (§ 196.), то есть, естьли изъ разрѣза цилиндрическаго отнимется разрѣзъ коническій: то останется разрѣзъ сферическій. Но какое содержаніе имѣютъ разрѣзы, или самые тоненькіе слои, такое будутъ имѣть и самыя тѣла, потому что

разрѣзы

разрѣзы суть подобныя нѣсколькія части своихъ равновысокихъ тѣлъ (§. 248.); слѣдовательно, когда конусъ есть третья часть цилиндра (§. 253), вычетши оный изъ сего, остатокъ 3 — 1 = 2 будетъ содержаніе половины шара, или цѣлаго шара; чего ради цилиндръ къ шару въ немъ написанному содержится такъ, как 3 : 2. Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 265. Такимже образомъ изъ слав. фабр. доказываетъ сію пропорцію Стурмій изъясн. матем. стран. 169. См. притомъ Кавалер. Геом. о нераздѣл. стран. 479. Первый такое сравненіе употребилъ Архимедъ, и описалъ оное въ своемъ сочиненіи о шарѣ и цилиндрѣ, и почиталъ сію Теорему такъ высоко, что приказалъ на гробницѣ своей вырѣзать шаръ написанный въ цилиндрѣ. По сей примѣтѣ Цицеронъ нашелъ гробницу Архимедову. См: Tusc. quaest. кн. 5. гл. 23.

ТЕОРЕМА XXXVI.

§. 266. *Кубъ поперешника къ шару въ немъ написанному содержится по Архимед. какъ 21 : 11, по Цейлен какъ 300 : 157, по Мец. какъ 678 : 355.* Фиг. 137.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. По Архимед. содержаніе куба и цилиндра одинакой высоты, есть какъ 14 : 11 (§. 260.); слѣдовательно содержаніе куба и шара будетъ какъ 14 : $7\frac{1}{3}$ (§. 264), или оба числа умноживъ на три, какъ 42 : 22, и опять оныя раздѣливъ на два, будетъ какъ 21 : 11 (§. 119. 120. Ариѳ.).

2. По Цейлен. содержанiе куба и цилиндра одинакой высоты, есть какъ 1000: 785. (§. 260.), и содержанiе куба къ шару будетъ какъ 1000: 523 $\frac{1}{3}$ (§. 264.), или оба числа умноживъ на-три, какъ 3000: 1570, и опять оныя раздѣливъ на-десять, будетъ какъ 300: 157 (§. 119. 120. Ариѳ.).

3. По Мец. содержанiе куба и цилиндра одинакой высоты, есть какъ 452: 355, а куба и шара какъ 352: 236 $\frac{2}{3}$, или какъ 678: 355. Ч. н. д.

ЗАДАЧА LVI.

§. 267. *Вымѣрять толщину шара.*

РѢШЕНIЕ.

Возьми поперешникъ шара за радиксъ, и изъ онаго, чрезъ умноженiе на свой квадратъ, сдѣлай кубъ (§. 156. Ариѳ.), потомъ къ числамъ 300: 157, или 21: 11, и къ найденному кубу найди четвертое пропорцiональное число (§. 115. Ариѳ.), которое покажетъ толщину шара.

ТЕОРЕМА XXXVII.

§. 268. *Шаръ равенъ конусу, или такой пирамидѣ, коей основанiе равняется наружной поверьхности шара, а высота полупоперешнику его.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели всякая маленькая частица сферической поверьхности будетъ принята за круговое основанiе какого конуса, или такой угловатой пирамиды, коей бока соединяются въ центрѣ шара: то видно, что шаръ составляется изъ безчисленныхъ такихъ конусовъ,

нусовъ, или малыхъ пирамидъ, коихъ высота общая есть полупоперешникъ шара; слѣдовательно, естьли малые конусы и пирамиды будутъ соединены въ одно такое подобное тѣло, которое имѣетъ вмѣсто основанія наружную поверьхность шара, и высоту равную полупоперешнику его (§. 259.), точно сходствуетъ оно съ шаромъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 269. Какъ уже доказано выше сего (§. 263.), что подобные конусы имѣютъ утроенное содержанїе сходственныхъ боковъ, или высотъ, и притомъ извѣстно, что шаръ можетъ сравниться съ конусомъ: то видно, что и шары, такъ какъ всегда подобные между собою, имѣютъ утроенное содержанїе поперешниковъ, или полупоперешниковъ, то есть, содержатся между собою, какъ кубы ихъ поперешниковъ, или полупоперешниковъ (§. 261.).

ТЕОРЕМА XXXVIII.

§. 270. *Поперьхность шара есть вчетверо больше самаго большаго круга, который описывается полупоперешникомъ тогожъ шара.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже шаръ равняется такому конусу, коего основанїе есть поверьхность шара, а высота полупоперешникъ его (§. 268.): то слѣдуетъ, что толщина шара производится, когда поверьхность его умножится на третью часть полупоперешника, или на шестую часть всего поперешника (§. 254.); слѣдовательно, принявъ за полупоперешникъ 100, площадь са́маго большаго круга будетъ 7850 (§. 203.), а толщина цилиндра, которой равную съ шаромъ, то есть поперешнику

его равную высоту имѣетъ, была бы 785000 (§. 245.), изъ котораго числа только $\frac{2}{3}$ шаръ въ себѣ содержитъ (§. 264.), то есть $523333\frac{1}{3}$, и сію смѣшенную дробь приведши въ чистую, произойдетъ толщина шара $\frac{1570000}{3}$ (§. 135. Ариѳ.), которую раздѣля на одинъ множитель, отъ котораго она произведена была, то есть, на $\frac{1}{6}$ поперешника $= \frac{100}{6}$ (§. 145. Ариѳ.), произойдетъ другой множитель, или шара поверьхность $= 31400$, которая точно есть вчетверо больше самаго большаго круга 7850. См. Таквет. Теорем. выбран. изъ Архимед. пред. 24. и Гулдин. о центрѣ тяжести кн. 4. стран. 339. и. к. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 271. Чего ради, поперешникъ 100 умноживъ на окружность самаго большаго круга 314, будетъ извѣстна поверьхность шара 31400. Понеже полупоперешникъ, на половину круга умноженный, производитъ площадь круга (§. 203.). По чему двойное, будучи умножено на двойноежъ, производитъ четверное.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 272. И потому поверьхность шара равняется такому продолговатому четыреугольнику, коего бокá суть поперешникъ шара, и окружность самаго большаго круга.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 273. Изъ чего выводится другій способъ вымѣрять шаръ; то есть, поверьхность шара должно умножить на третью часть полупоперешника, или полупоперешникъ умножается на третью часть поверьхности (§. 254.).

ЗАДАЧА LVII.

§. 274. *Удвоить кубъ.*

РЕШЕНІЕ.

Изъ даннаго кубическаго бóка сдѣлай кубическое число, удвой оное, и изъ удвоеннаго извлеки кубическій радиксъ (§. 158. Ариѳ.),

Ариѳ.), которой будетъ показывать бокъ двойнаго куба.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 275. Равнымъ образомъ находится многочастный кубъ всякаго даннаго куба. И чтобъ сїе самое сокращенно могли дѣлать Геометры, то сочинили они особливыя таблицы, въ коихъ принявъ бокъ простаго куба на 100, или на 1000 частей раздѣленнаго, бокъ куба двойнаго, тройнаго, четвернаго и проч. чрезъ извлеченїе радикса изъ куба двойнаго, тройнаго и проч. за найденный почитаютъ. Примѣръ такой таблицы, для кубическаго бока, на 100 частей раздѣленнаго, при семъ предлагается

кубы мног.	бокъ	куб.	бокъ	куб.	бокъ
1	100	18	26	35	327
2	125	19	266	36	330
3	144	20	271	37	333
4	158	21	75	38	336
5	170	22	280	39	339
6	181	23	284	40	341
7	191	24	288	41	344
8	200	25	29	42	347
9	208	26	296	43	350
10	215	27	300	44	353
11	222	28	303	45	355
12	228	29	307	46	358
13	235	30	310	47	360
14	241	31	314	48	363
15	246	32	317	49	365
16	251	33	320	50	368
17	257	34	323		

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 276. И когда шары имѣютъ такое содержанїе, какое кубы ихъ поперешниковъ, или полупоперешниковъ (§. 269.): то, ежели изъ бока двойнаго куба, такъ какъ изъ поперешника, составится шаръ, будетъ онъ

вдвое болше перваго, который вмѣсто поперешника имѣлъ бокъ простаго куба. Такимже образомъ и далѣе шаръ умножается.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 277. Задача о удвоеніи куба прежде сего въ великое недоумѣніе приводила древнихъ Геометровъ. *Делійская* (Deliacum) называется потому, понеже, какъ сказываютъ, Делійскимъ жителямъ, страждущимъ моровою язвою, оракулъ отвѣтствовалъ такимъ образомъ, чтобъ они удвоили жертвенникъ, который имѣлъ кубическую фигуру. См. витрув. Ахрит. кн. 9. гл. 3. Филанон. 36. Комме т. на 1. кн. послѣд. знаменит коего слова повторяетъ Беттин. *aerar. mathem.* стран. 642. Первый Иппократъ показалъ что удвоеніе куба дѣлается, ежели между бокомъ куба и между имже удвоеннымъ найдены будутъ двѣ средния пропорціональныя линѣи, и первая изъ нихъ будетъ взята, за бокъ двойнаго куба. (§. 122.). Но для практики полезнѣе тотъ способъ, который теперь предложенъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 278. До сихъ мѣстъ говорено было о измѣреніи Геометрическихъ тѣлъ, коихъ классы выше сего уже определены, остается еще упомянуть о измѣреніи только такихъ тѣлъ, которыя случаются въ практикѣ, и имѣютъ совсѣмъ особливыя изображенія.

ЗАДАЧА LVIII.

§. 279. *Вымѣрять кучу зеренъ.*

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 138. 1. Сдѣлай сперьва то, чтобъ куча зеренъ имѣла вездѣ одну перпендикулярную высоту, и основаніе ея приведено было въ прямоугольную фигуру.

2. Потомъ возьми маштабъ, раздѣленный на малыя части, на пр. такой, чтобъ

футъ

футъ раздѣленъ былъ на дюймы и линѣи, и онымъ вымѣряй длину и ширину основанія DH, и верьхняго прямоугольника AF (ибо зѐрна, будучи слизкія, когда ссыпаются въ кучу, обыкновенно дѣлаютъ основаніе кучи DH ширѣ прямоугольника верьхней поверьхности AF), и умноживъ длину на ширину, будетъ извѣстна площадь обоихъ прямоугольниковъ DH и AF

3. Сложи обѣ площади, и половину суммы возьми за среднее, или уравненное основаніе (§. 107. Ариѳ.).
4. Вымѣряй также толщину зеренъ *mn*, и оную умножь на уравненное основаніе, произведеніе покажетъ толщину призьмы, которая равна кучѣ, опредѣленную кубическими частицами принятаго маштаба (§. 245.).
5. По тому жъ маштабу смѣряй поперешникъ и высоту цилиндрической мѣрки M, и найди толщину ея.
6. Наконецъ толщину кучи раздѣли на толщину цилиндрической мѣрки, частное число покажетъ, сколько мѣрокъ содержатъ въ себѣ ссыпанныя въ кучу зѐрна.

ЗАДАЧА LIX.

§. 280. *Вымѣрять костеръ дровъ.*

РѢШЕНІЕ.

Куча, или костеръ дровъ AD, обыкновенно складывается на подобіе прямоугольной призьмы, и для измѣренія ея употребляется сажень, или квадратъ, коего бокъ — Фиг. 139.

по большей части содержитъ въ себѣ шесть футовъ. И такъ надлежитъ только сыскать поверьхность продолговатаго четыреугольника АС, вымѣрявъ саженью основанie ВС, и высоту АВ, и между собою умноживъ, произведенie покажетъ число саженъ (§. 158.). Естьли къ сверьхъ передняго ряда болѣе подобныхъ рядовъ накладено будетъ, въ такомъ случаѣ найденныя сажени умножаются на число сихъ рядовъ, и такимъ образомъ бываетъ извѣстна толщина всего костра. На пр. линѣя ВС содержитъ въ себѣ 50 саженъ АВ = 6. саж. слѣдовательно, естьли одинъ только будетъ рядъ дровъ, весь костеръ будетъ содержать въ себѣ 300 саженъ. Представь, что на линѣѣ СЕ накладено три ряда дровъ: то величина всего костра AD будетъ состоять изъ 900 саженъ.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XLV.

§. 281 *Визирь* (baculus cylindrimetricus), по Нѣмец. (eine cylindrische Visir--Ruthe) называется такiй маштабъ, помощiю котораго измѣряются цилиндры такъ коротко, что тотчасъ узнать можно, сколько малыхъ цилиндровъ содержитъ въ себѣ большiй цилиндръ.

ЗАДАЧА LX.

§. 282. *Сдѣлать Визиръ.*

РѢШЕНIЕ ПЕРВОЕ.

Фиг. 140. 1. Прежде всего возьми по изволенiю, вмѣсто мѣры, малый цилиндръ *bc*, (но лучше всегда брать такiй, который бы имѣлъ поперешникъ больше, нежели высоту.).

2.

2. Потомъ на длинной дощечкѣ проведи линѣю АС, и къ оной подъ прямымъ угломъ приложи $AB = ab$, то есть поперешникъ маленькаго кувшина, или цилиндра. Фиг. 141.

3. Тотъже поперешникъ АВ перенеси нѣсколько разъ на линѣю АС, и произшедшія изъ того раздѣленія означь квадратными числами единицъ 1. 4 9. 16. 25. 36. и проч.

4. Ипотенузу В 1 взявши циркулемъ, изъ А перенеси въ 2, и В 2 изъ А поставь = А 3, также В 3 сдѣлай = А 4 и проч. Равнымъ образомъ раздѣли и прочія разстоянія, которыя находятся между квадратными числами.

5. Къ линѣѣ АС, такимъ образомъ раздѣленной, приложи палку, сдѣланную изъ твердѣйшаго дерева, и на одинъ ея бокъ перенесши всѣ тѣ раздѣленія, означь оныя числами, а на другій ея бокъ перенеси длины *ac*, взятаго по изволенію малаго цилиндра, и оныя также означь числами, и будетъ исправно изготовленъ желаемый Визиръ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Извѣстно изъ Пиѳагоровой теоремы (§. 193.), что □ АВ + □ А 1 = □ В 1, и понеже АВ = А 1: то будетъ □ В 1 = А 2 вдвое больше □ АВ; равнымъ образомъ □ В 2 = 3 □ АВ и проч. И такъ, когда круги имѣютъ такое содержаніе, какое квадраты ихъ поперешниковъ (§. 205.), видно, что А 2 есть поперешникъ двойнаго круга, А 3 попе-

поперешникѣ тройнаго, и такѣ далѣе. Чего ради, приложивѣ такой маштабѣ кѣ поперешнику даннаго цилиндра, тотчасѣ будетѣ извѣстно, сколько основаній, или круговѣ кувшина, или малаго цилиндра, который принятѣ вмѣсто мѣры *bc*, содержитѣ вѣ себѣ круговое основаніе большаго цилиндра. Потомѣ, естьли и бокѣ *de*, на которомѣ написаны высоты, приложить кѣ длинѣ большаго цилиндра, и найденное на ономѣ число умножить на основаніе, произведеніе покажетѣ, сколько вѣ большемѣ цилиндрѣ содержится меньшій (§. 245.). Ч. н. д.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Фиг. 142. 1. Возьми, вмѣсто мѣры, маленькій цилиндрѣ NO, коего высота равна поперешнику, то есть, MN=MO. Но такого цилиндра поперешникѣ, высота и діагональная линѣя находятся слѣдующимѣ образомѣ: *a*) Найди толщину по изволенію взятой маленькой цилиндрической мѣры, на пр. кружки, умноживѣ круговое ея основаніе на высоту (§. 245.). *b*) Потомѣ, понеже маштабѣ, или цилиндрическій Визирѣ надлежитѣ принаровить кѣ цилиндру, имѣющему равную высоту и основаніе, который должно умножить, какѣ послѣ сказано будетѣ, помощію равновысокаго куба, и извѣстно, что цилиндры и кубы, имѣющіе одинакую высоту, содержатся между собою, какѣ основанія (§. 260.); того ради посылай, какѣ 785 кѣ 1000, такѣ найденная цилиндрической мѣры толщина содер

держится къ кубу, имѣющему одинакую высоту. *c*) Изъ сего найденнаго четвертаго пропорцiональнаго числа извлеки кубическiй радиксъ, и будетъ извѣстенъ бокъ куба, который притомъ покажетъ поперешникъ и высоту цилиндрической равновысокой мѣры. *d*) наконецъ, понеже □MN + □MO = □NO (§. 193.), удвой квадратъ поперешника MN, и извлеки изъ него квадратный радиксъ, который покажетъ дiагональную линѣю такой цилиндрической мѣры, которая имѣетъ равное основанiе и высоту.

2. Найденную дiагональную линѣю такого цилиндра раздѣли на 100 равныхъ частей (§. 101.).

3. Понеже подобные цилиндры имѣютъ утроенное содержанiе сходственныхъ боковъ (§. 262.), слѣдовательно и дiагональныхъ (§. 92.); того ради изъ вышепредложенной таблицы кубовъ (§. 275.), вмѣсто дiагональной линѣи цилиндра, возьми числа цилиндра двойнаго, тройнаго, четвернаго и проч. и перенесши оныя на деревянную палку LR, означь числами многочастныхъ цилиндровъ. Ежели такимъ Визиромъ вымѣряешь подобную дiагональную линѣю: то тотчасъ будетъ извѣстно, сколько въ большемъ подобномъ цилиндрѣ содержится малый. Фиг. 143.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 283. Оба Визира, прiуготовленiе которыхъ теперь показано, особливо дѣлаются для измѣренiя бочекъ. И такъ слѣдуетъ теперь изъяснить о томъ,

какъ находить толщину такого выпукловатаго цилиндра.

ЗАДАЧА LXI.

§. 284. *Вымѣрять толщину бочки.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Фиг. 144. 1. Понеже толщина бочки находится, когда извѣстно, сколько кружекъ, или малыхъ цилиндровъ, изъ которыхъ каждый мѣрою въ одну кружку, содержитъ въ себѣ вся бочка: то возьми визиръ перваго рода (§. 282.), и тою его стороною, на которой написаны поперешники цилиндрической кружки, вымѣряй средней бочки поперешникъ EF, и крайней AC.

2. Потомъ оные поперешники сложи въ одну сумму, и половину ея возьми за уравненное основаніе, которое можетъ служить вмѣсто цилиндра, равнымъ образомъ толстаго (§. 107. Ариѳ).

3. Другою стороною визира, на которой означены высоты кружки, вымѣряй бочки длину AB, и умножь оную на уравненное основаніе, произведеніе покажетъ число кружекъ, которыя содержатся въ цѣлой бочкѣ (§. 245.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Понеже въ Германіи винныя бочки обыкновенно дѣлаются такъ, что по большей части имѣютъ двойную длину уравненнаго поперешника. См. Іо. Гартм. Байэр. Volkomene Visir-Kunst. гл. 35. стран. 180. Ежели будетъ въ готовности визиръ втораго рода: то опусти его во втулку E

до

до С, число на ономъ изображенное покажетъ, сколько кружекъ содержитъ въ себѣ половина бочки АЕСF; слѣдовательно найденная половина бочки, взятая вдвое, покажетъ толщину всей той бочки. Обыкновеннож такіе визиры означаются двойными числами, чтобъ, по измѣреніи линѣи СЕ, тотчасъ можно было видѣть число двойнаго цилиндра АF, изъ котораго составляется бочка.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 285. Явствуетъ изъ вышеобъявленнаго, что другій визиръ, который называется *треугольнымъ*, годится только для измѣренія такихъ цилиндровъ, или бочекъ, которыя подобную пропорцію съ малою цилиндрическою мѣрою, или съ цилиндромъ кружки, или двойную высоту уравненнаго поперешника имѣютъ. См. Байэр. стран. 187.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 286. О такомъ визированіи пространнѣе упоминаютъ Байэръ въ помянутой книгѣ, и въ *Стереометріи луст.* издан. въ Франкфуртѣ при М 1603 года въ четверть листа, также въ Геом. Маври. См Кеплер. сочин. издан. на Латинскомъ и Нѣмецкомъ язык. о *Стереометріи бочекъ*. На конецъ всю такую науку, помощію Аналитики, изъяснилъ сл. Гасій въ сочин. о визирован. издан. въ Виттембергѣ 1728. года. въ четверть листа.

ЗАДАЧА LXII.

§. 287. *Найти толщину всякаго неправильнаго тѣла.*

РѢШЕНІЕ.

1. Положи неправильное тѣло К въ сосудъ цилиндрическій или призматическій АD, и сверьхъ его налей воды, или насыпь песку, чтобъ все тѣло К покрылось. Фиг. 145.

2.

2. Найди толщину цилиндра ED (§. 245.), въ которомъ содержатся налитая вода, и неправильное тѣло K.

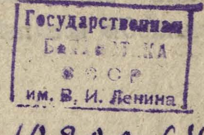
3. Потомъ вынь неправильное тѣло K, и найди толщину отъ опустившейся воды произшедшаго цилиндра GD. Или, вылей воду, естьли тѣло не можетъ способно содвинуто быть съ мѣста, и особливо найди толщину его. Наконецъ толщину воды GD вычетши изъ цилиндра ED, получишь пространство FH, которое сходствуетъ съ неправильнымъ тѣломъ, потому что оное тѣло прежде занимало сіе пространство.

ПРИМѢЧАНІЕ.

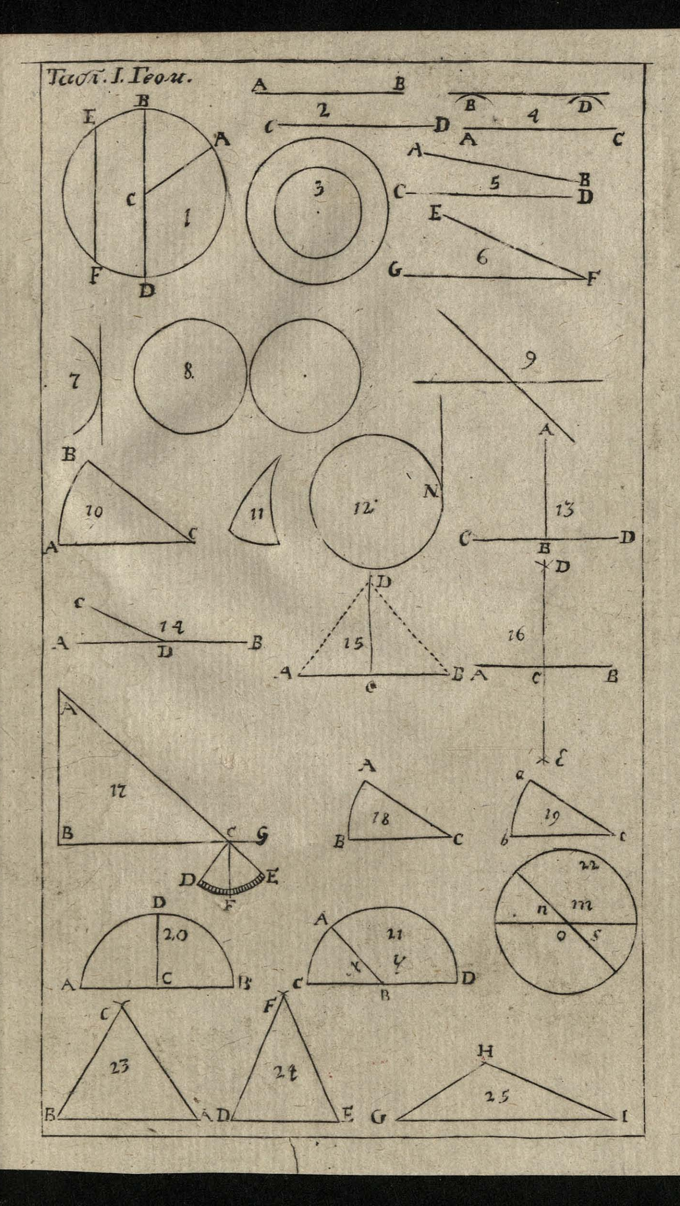
§. 288. Для изъясненія Геометрической практики полезны сочиненія Христофора Клавія, Данія Швентера, Адр. Такквета, и сверьхъ прочихъ сл. Пеноера, которые въ Геометрической практикѣ упражнялись съ особливымъ прилѣжаніемъ. Сюдажъ принадлежитъ де Шал. тракт. 7. том. II. Математическаго курса.

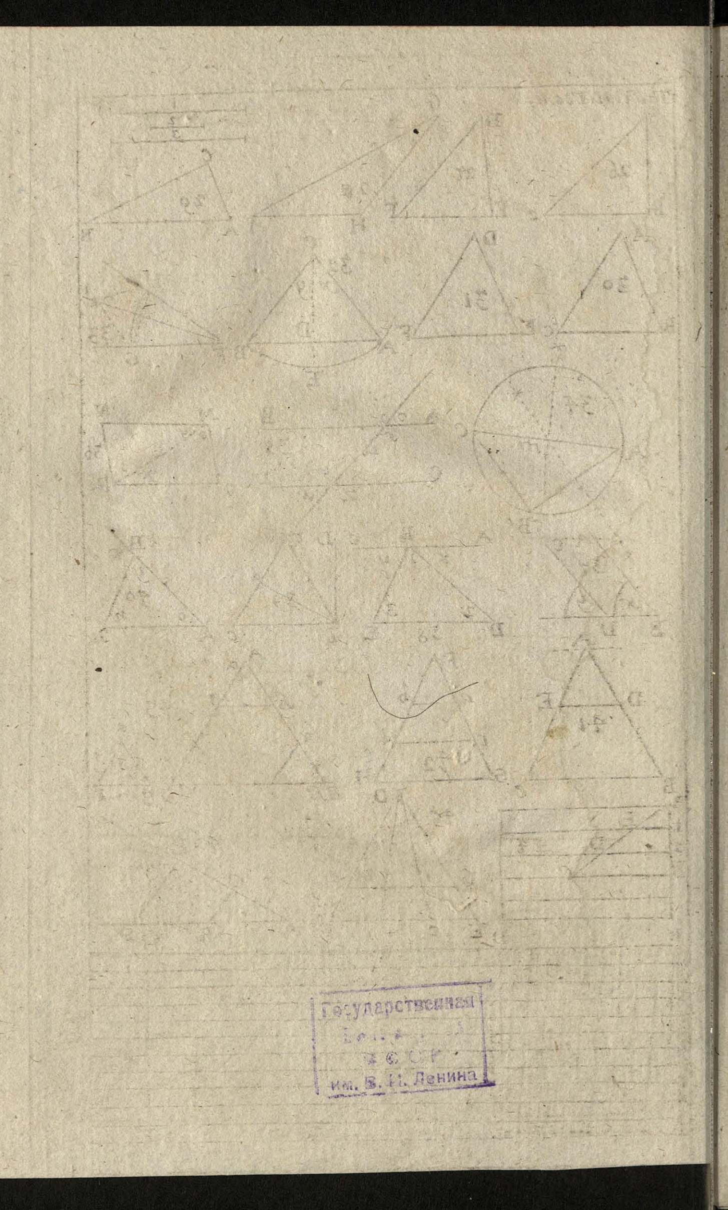
КОНЕЦЪ ГЕОМЕТРІИ.

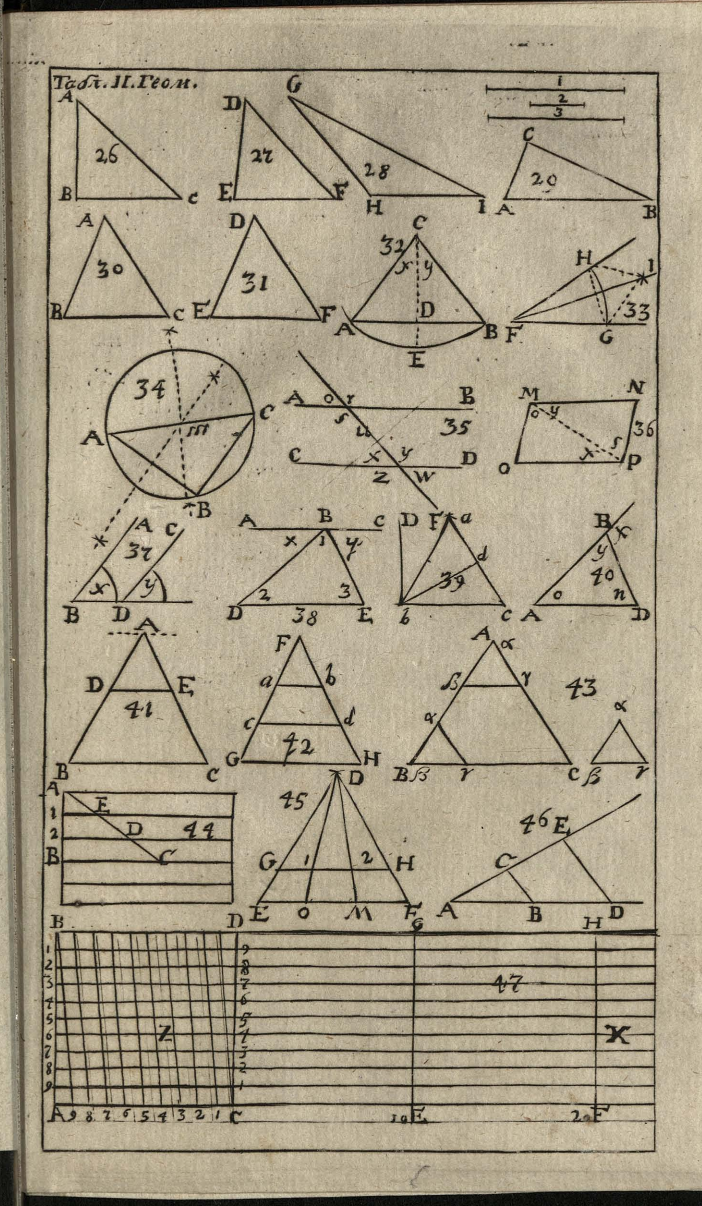




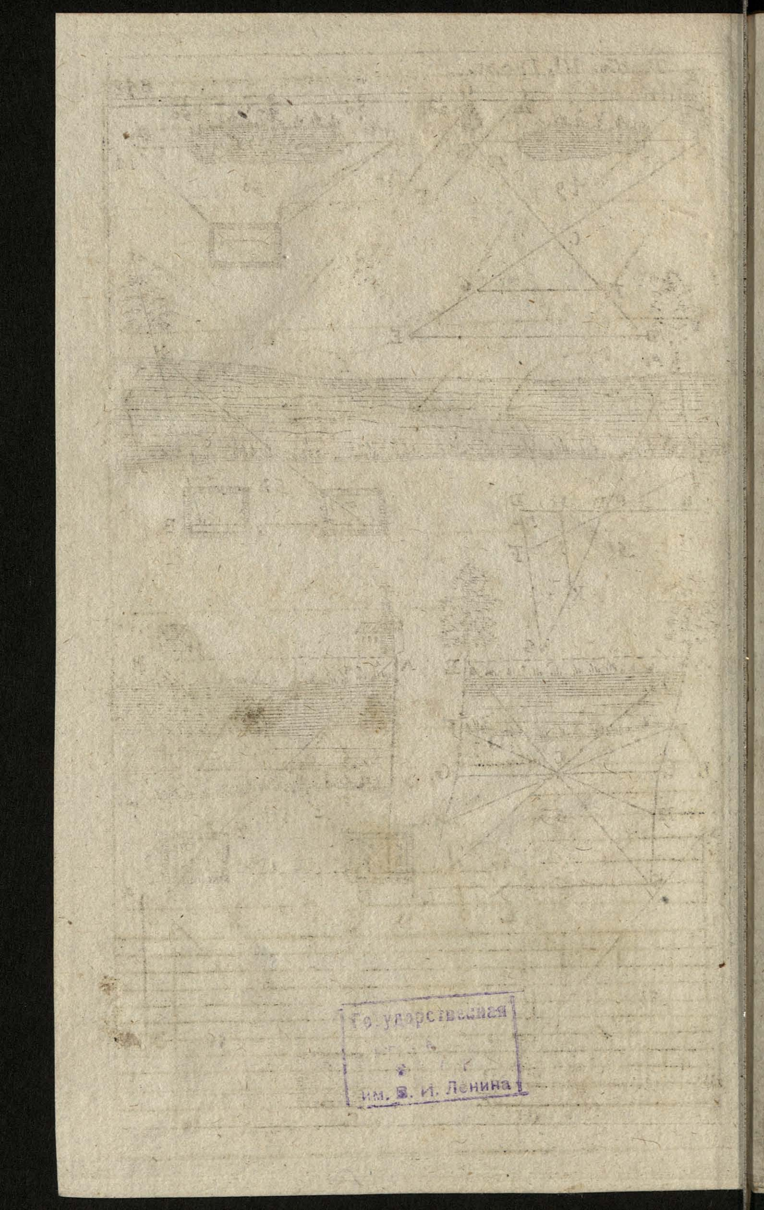


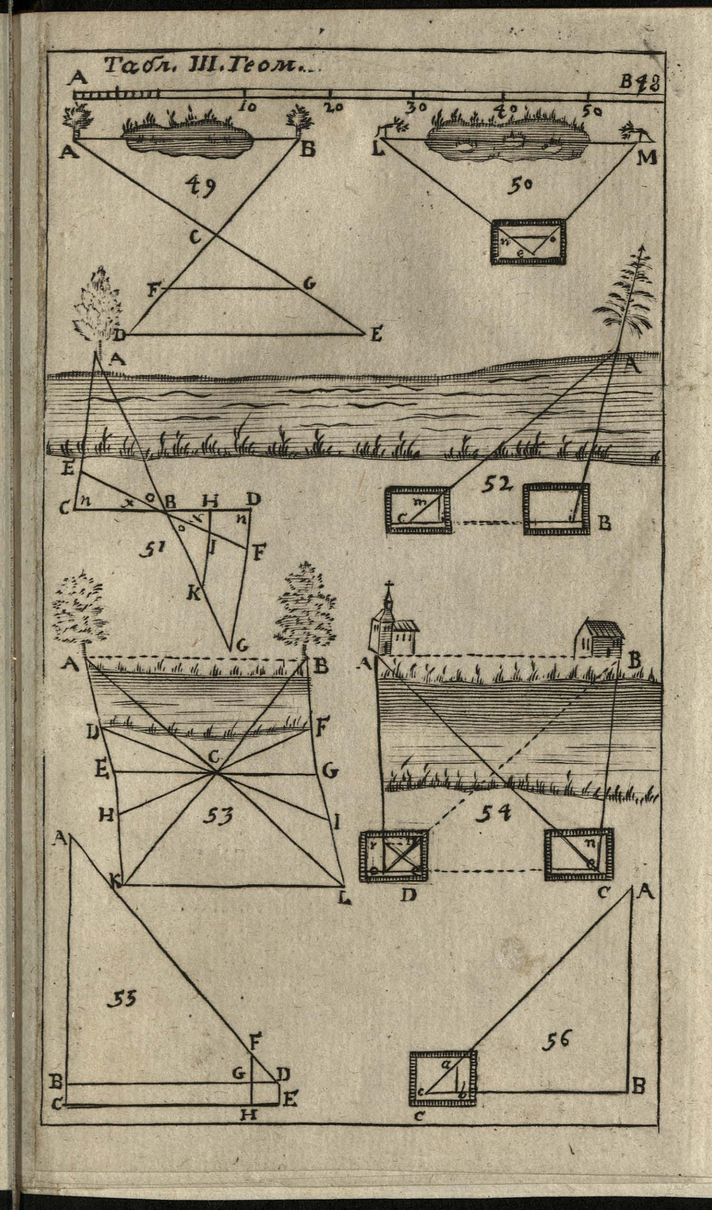

Табл. I. Геом.
A B
2
C D
B D
4
A C
A B
5
C D
E
6
G F
E B A
C
1
F D
3
7
8
9
A
B
10
A C
11
12
N
13
C B D
D
C
14
A D B
D
15
A C B
16
A C B
E
A
17
B C G
D E
F
A
18
B C
a
19
b c
D
20
A C B
A
21
x y
C B D
22
n m
o s
C
23
B A
F
24
D E
H
25
G I

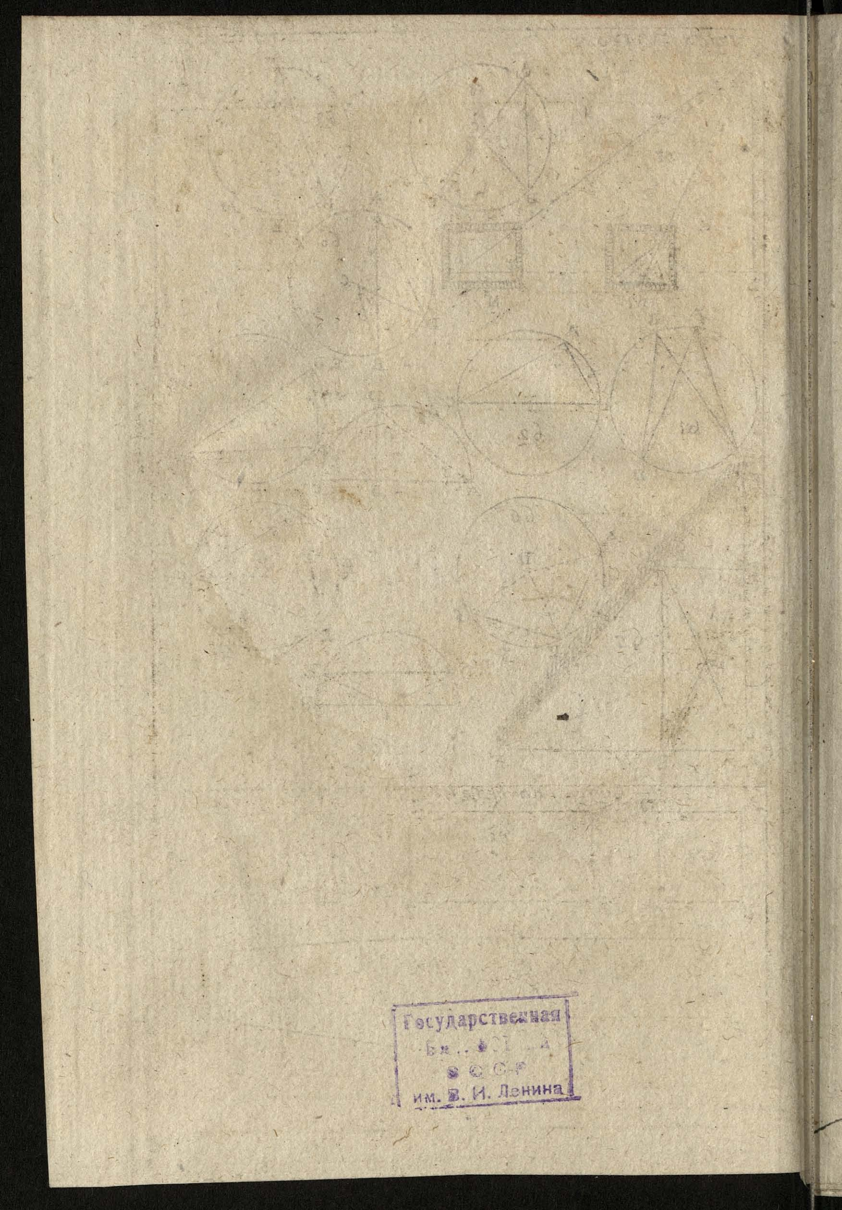


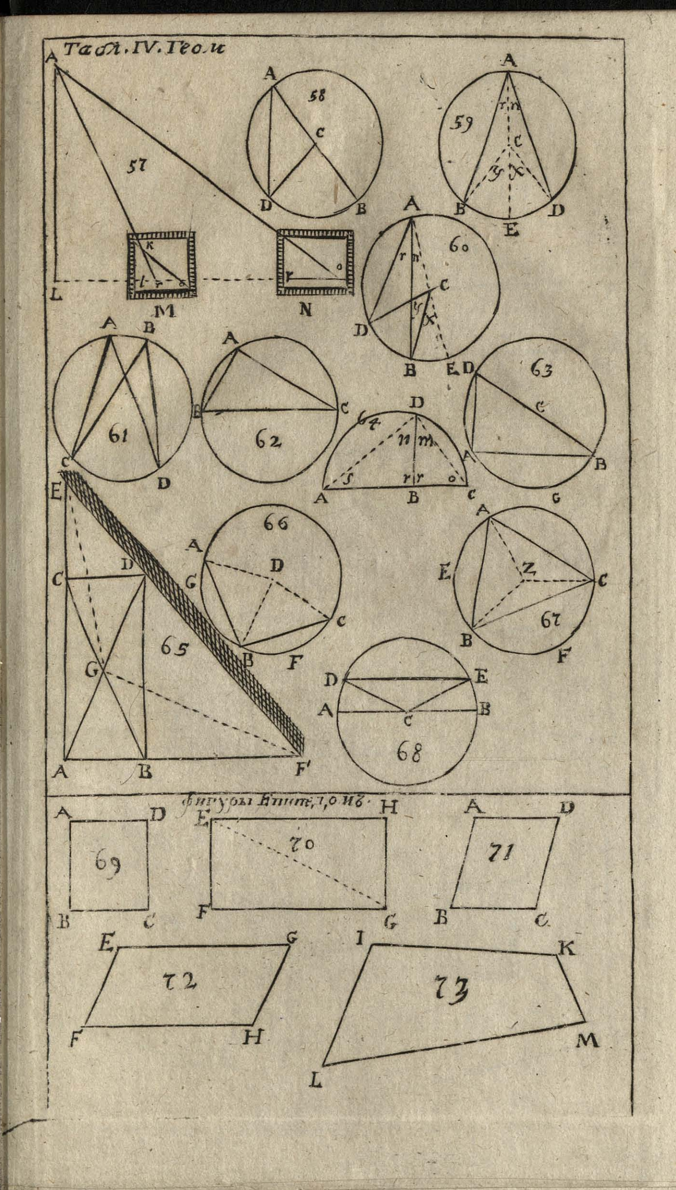


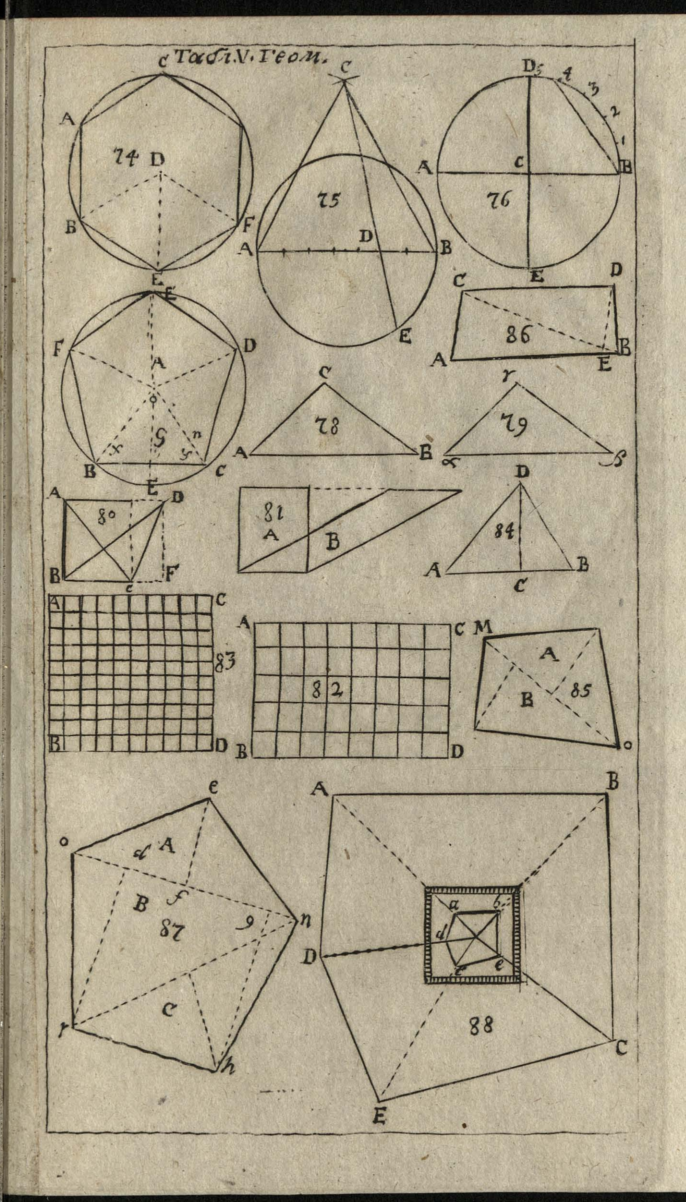
Таб. II. Геом.

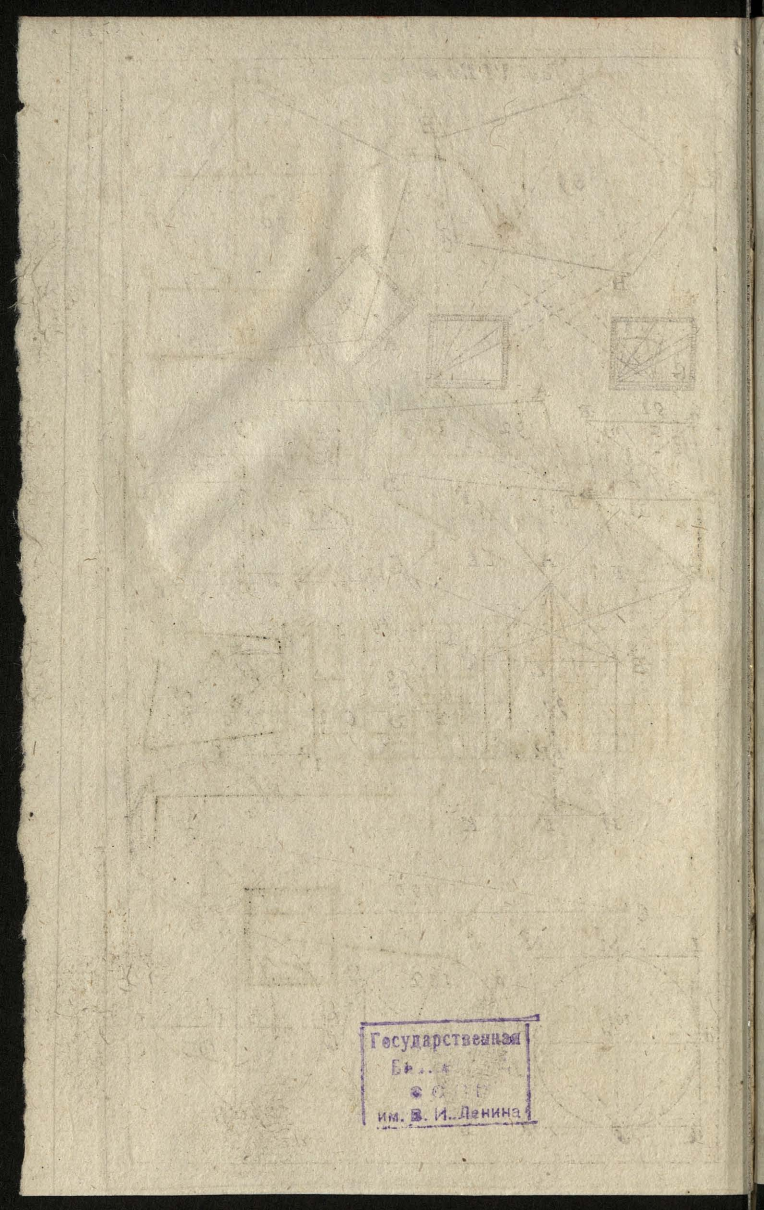


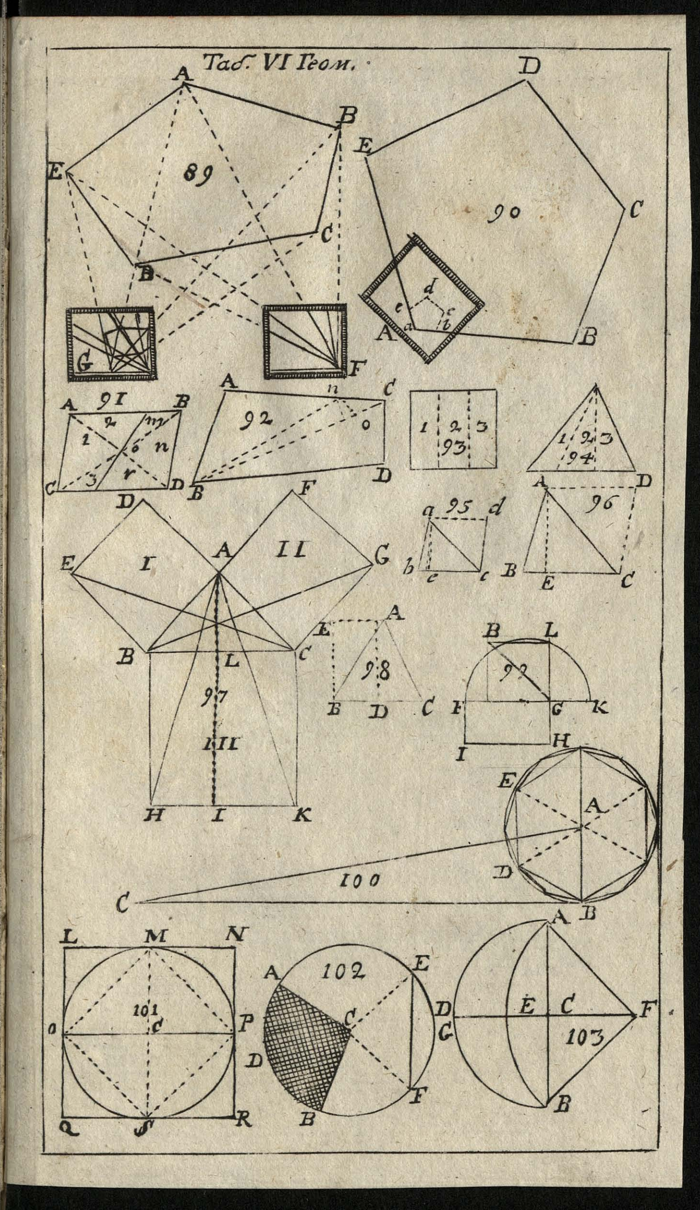

A
B
10
20
30
40
50
A
B
L
M
49
50
C
n
o
e
F
G
D
E
A
A
E
C
n
x
o
B
H
D
o
x
n
F
I
K
G
51
52
m
c
B
A
B
D
F
C
E
G
H
53
I
K
L
A
B
54
r
n
D
C
A
A
55
F
G
D
B
C
E
H
56
a
c
b
B
c

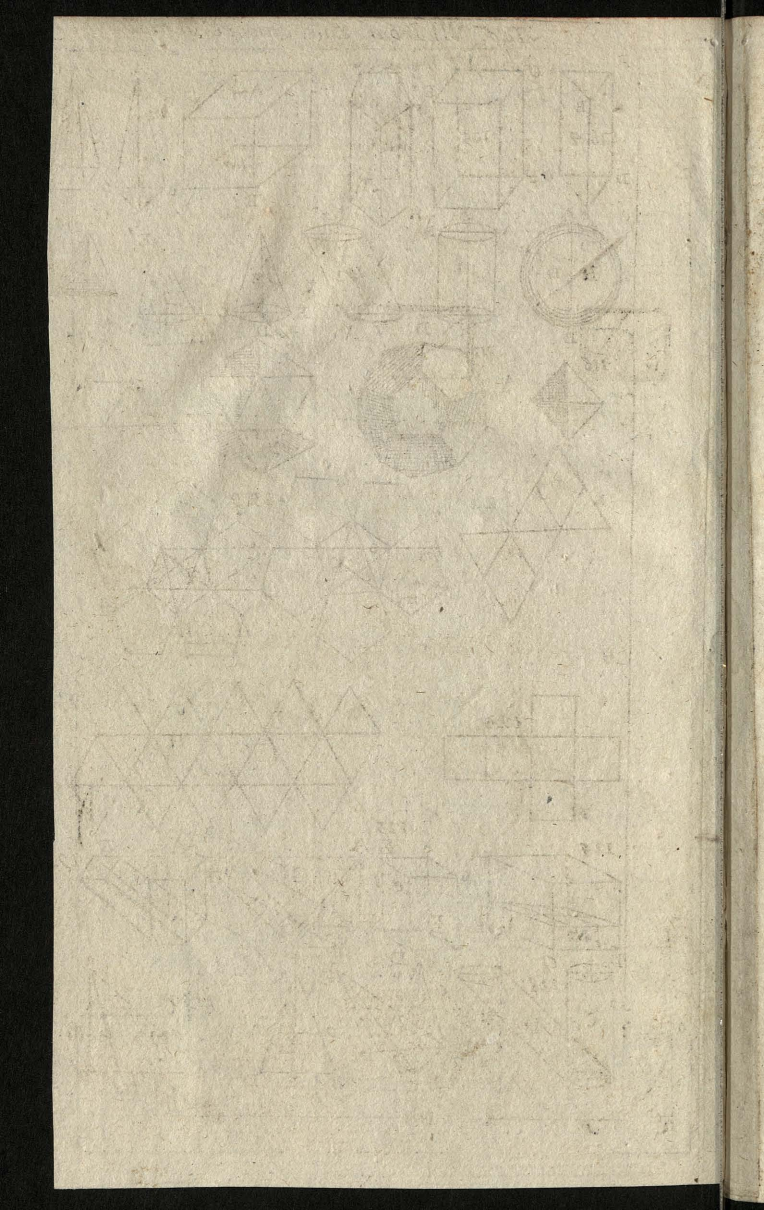


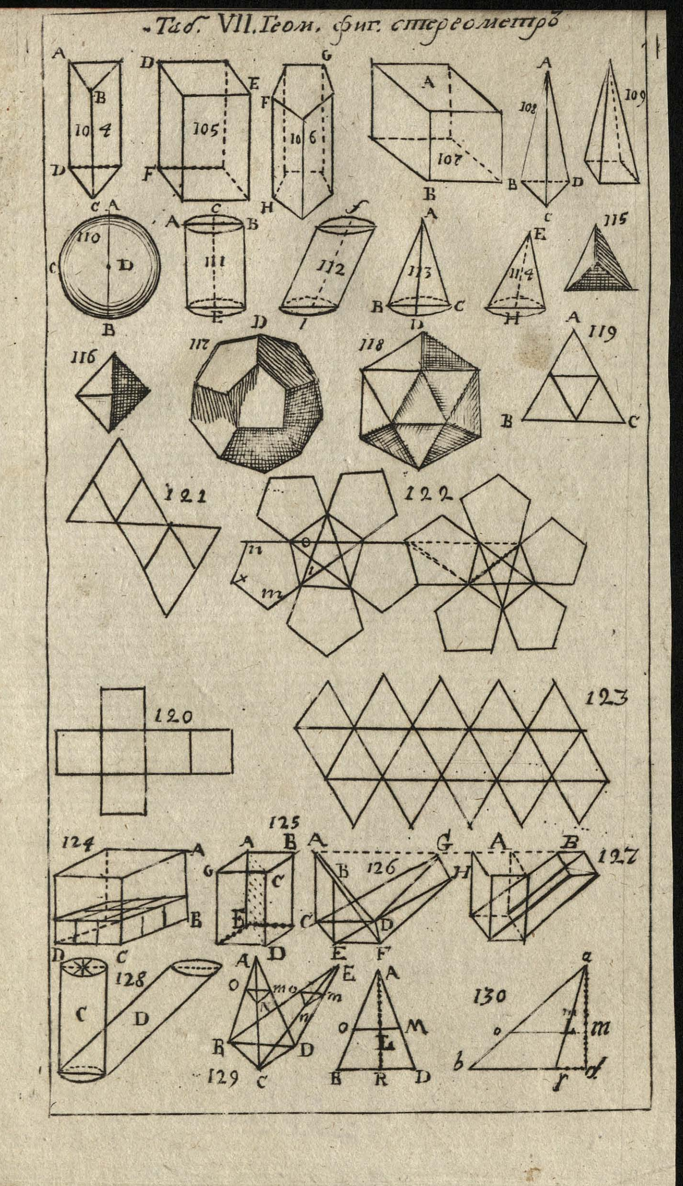

Табл. IV. Геом.
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
Фигуры Епипед, о ивъ.
69
70
71
72
73


Tab. V. Geom.
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88

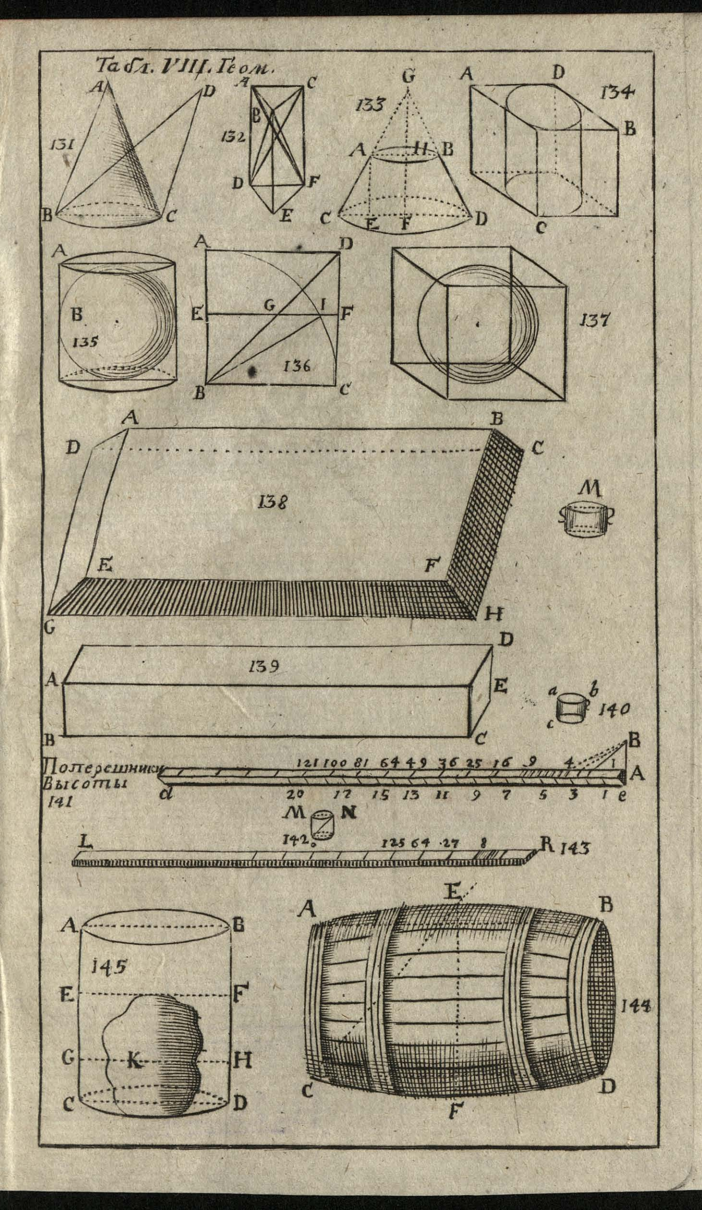


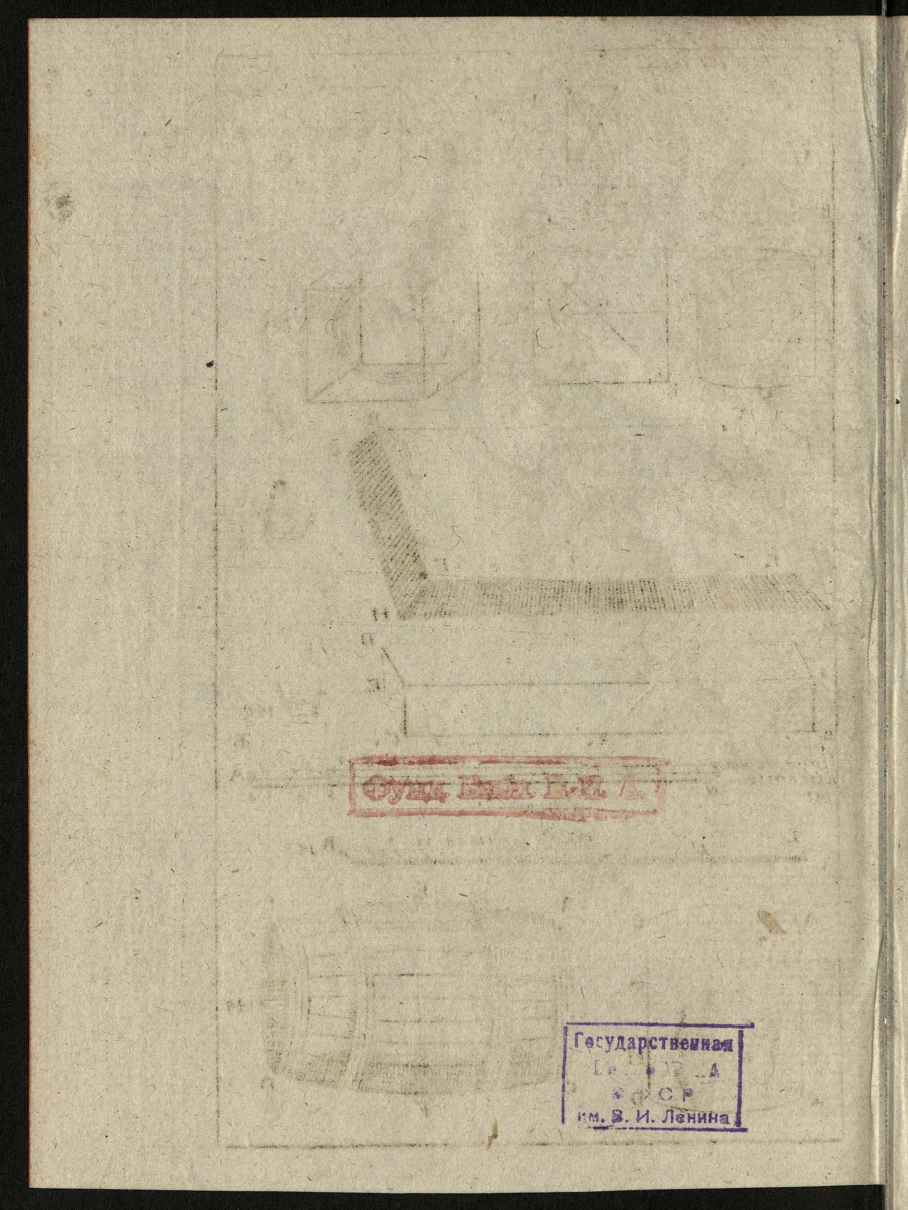

89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103




Таб. VII. Геом. фиг. стереометр
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130

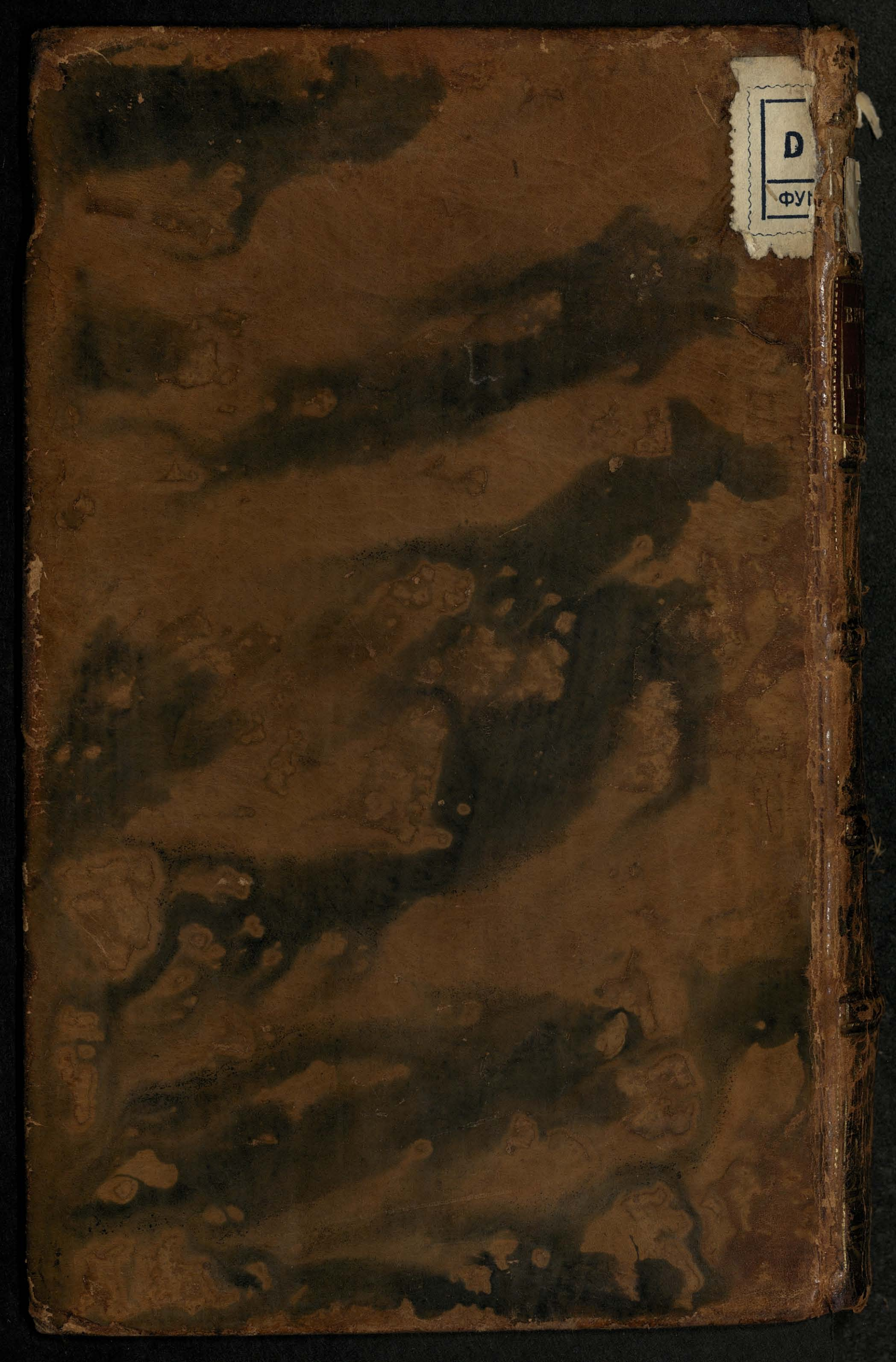



Табл. VIII. Геом.
Поперешники
Высоты
141
121 100 81 64 49 36 25 16 9 4 1
20 17 15 13 11 9 7 5 3 1
142
125 64 27 8
143
144
145








D
ФУ